Rade Doroslovački
Ljubo Nedović

TESTOVI
iz
Diskretne matematike i linearne algebre

Novi Sad, 2011

Studenti koji kod pitanja do zvezdica naprave više od tri greške nisu položili ispit!
U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti tačne odgovore tj. slova ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,... svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora.

Kolokvijum, novembar 2010, grupa A. ! *

- Za relaciju poretka $\subseteq$ („podskup") skupa $\mathcal{A} = \{A, B, C\}$, gde je $A = \{a, b\}$, $B = \{b, c\}$, $C = \{a, b, c\}$ i navesti
  najmanji el: A minimalne el: A najveći el: C maksimalne el: C

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
  1) $f : (0, \frac{\pi}{2}) \to (0, \infty)$, $f(x) = \operatorname{tg} x$ 2) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3\ x$ 3) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$
  4) $f : \mathbb{R} \to [0, \infty)$, $f(x) = x^2$ 5) $f : [0, \infty) \to [0, \infty)$, $f(x) = x^2$ 6) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^x$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
  1) $(a')' = a'$ 2) $a + a' = 0$ 3) $a \cdot 0 = 0$ 4) $1 + a = a$ 5) $(a + b)' = a' + b'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2 = -1$ je $S = \{\ i, -i\ \}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = -1 - i$:
  $Re(z) = -1$ $Im(z) = -1$ $|z| = \sqrt{2}$ $\arg(z) = \frac{3\pi}{4}$ $\overline{z} = -1 + i$

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:
  $e^{i\pi} = -1$ $2e^{i\frac{\pi}{2}} = 2i$ $2e^{0 \cdot i} = 0$ $e^{-i\pi} = 1$ $e^{-i\frac{3\pi}{2}} = i$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativne grupe. ABELOVE GRUPE
  1) $(\mathbb{N}, +)$ 2) $(\mathbb{N}, \cdot)$ 3) $(\mathbb{R}, +)$ 4) $(\mathbb{R}, \cdot)$ 5) $(\{-1, 1\}, \cdot)$ 6) $((0, \infty), \cdot)$

- Pri delenju polinoma $x^4 + x^2 + 1$ sa $x^2 + x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je $x^2 - x + 1$, a ostatak je 0.

****

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
  1) $z\overline{z} = |z|^2$ 2) $Re(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ 3) $Im(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ 4) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$
  5) $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$ 6) $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$ 7) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ 8) $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$
  9) $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^{-2}\overline{z}$ 10) $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$ TEOPEMA 7.6 u 7.7, 113 cmp.

- Izračunati:
  1) $\arg(-13i) = -\frac{\pi}{2}$ 2) $\arg(6) = 0$ 3) $\arg(-9) = \pi$ 4) $\arg(2i) = \frac{\pi}{2}$
  5) $\arg(-1 + i) = \frac{3\pi}{4}$ 6) $\arg(-1 + i\sqrt{3}) = \frac{2\pi}{3}$ 7) $\arg(0) =$ нuje деф

- Napisati Kejlijeve tablice grupoida $(\mathbb{Z}_3, +)$ i $(\mathbb{Z}_3, \cdot)$, odrediti inverzne elemente i izračunati:

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

·	0	1	2
0	0	1	2
1	1	1	2
2	2	2	1

  $-0 = 0$ $-1 = 2$ $-2 = 1$
  $1^{-1} = 1$ $2^{-1} = 2$ $(2 + 2^3)^{-1} = 1$
  $((-1)^{-1} + 2^3)^{-1} = 4$ $(2 + 2^3)^2 = 1$

- Da li je $\rho = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (4,1), (3,1)\}$ relacija poretka skupa $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$: **DA** NE, i ako jeste, nacrtati njen Haseov dijagram. Odrediti
  minimalne: 5 maksimalne:
  najveći: 1 i najmanji: 5 element.

TEOREMA: 7.29 $\Rightarrow \measuredangle z_1 w z_2 = \arg \frac{z_2 - w}{z_1 - w}$

- Neka je $z = 3 + 2i$, $u = 1 + i$ i $w = 2 - i$. Rotacijom tačke z oko tačke u za ugao $\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka $3i$, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka $5+i$, a $\measuredangle wuz = \frac{\pi}{2}$

- Zaokružiti brojeve (ili broj) ispred struktura koje su prsteni ali nisu polja: 1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ 2) $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ 3) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ 4) $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ 5) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ 6) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ 7) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ 8) $(\mathbb{R}^+, +, \cdot)$

- U polju $\mathbb{Z}_5$ izračunati $3(2^3 + 4) + 3 =$ 4 $\quad 2^{-1} =$ 3 $\quad 3^{-1} =$ 2 $\quad -2 =$ 3 $\quad -3 =$ 2

- Ako je p polinom stepena 4 nad nekim poljem F i ako ima tačno jedan koren u tom polju, tada je p: 1) uvek svodljiv 2) uvek nesvodljiv 3) nekada svodljiv a nekada nesvodljiv 4) ništa od prethodnog 5) uvek normalizovan

- U skupu $\mathbb{N} = \{1, 2, \ldots\}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x, 3x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_2 = \{(x, y) | x + y = 0, x, y \in \mathbb{N}\}$, $\rho_3 = \{(x, x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_4 = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, xy < 4\}$, $\rho_5 = \{(2x, 2x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_6 = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.
  Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
  ρ_1 : R S A T $\quad \rho_2$: R S A T $\quad \rho_3$: R S A T $\quad \rho_4$: R S A T $\quad \rho_5$: R S A T $\quad \rho_6$: R S A T

- Neka je A najveći podskup od $(0, \infty) = \mathbb{R}^+$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{1 - x^2}$. Tada je $A = (0,1]$, $f($ 1 $) = 0$ i $B = [-1,0]$. Funkcija $f : A \to B$ je:
  1) sirjektivna ali ne injektivna 2) injektivna ali ne sirjektivna 3) niti injektivna niti sirjektivna 4) bijektivna 5) $f^{-1} : O \to S$, $\quad f^{-1} = \sqrt{1-x^2}$, $\quad O = [-1,0)$, $\quad S = (0,1]$

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
  $\Big|\{f | f : A \longrightarrow B\}\Big| =$ 32, $\Big|\{f | f : A \xrightarrow{1-1} B\}\Big| =$ ∅, $\Big|\{f | f : A \longrightarrow B \wedge f \nearrow\}\Big| =$ ∅,
  $\Big|\{f | f : B \xrightarrow{na} B\}\Big| =$ 2! = 2, $\Big|\{f | f : B \longrightarrow A\}\Big| =$ $5^2 = 25$, $\Big|\{f | f : A \xrightarrow{1-1} A\}\Big| =$ 5! = 120
  $\Big|\{f | f : B \longrightarrow A \wedge f \underline{\nearrow}\}\Big| =$ 15, $\Big|\{f | f\, A \xrightarrow{na} B\}\Big| =$ $2^5 - 2 = 30$

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 + e^{-1})$. Tada je $A = \mathbb{R}$, $f($ 0 $) = -1$ i $B = [-1, \infty)$.
  Funkcija $f : A \to B$ je: 1) bijektivna 2) sirjektivna ali ne injektivna 3) injektivna ali ne sirjektivna 4) niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$.
  1) $xx = x + x$ 2) $xy = x + y$ 3) $xx' = (x + 1)'$ 4) $xy = 1 \Rightarrow x = 1$
  5) $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$ 6) $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$ 7) $x = xy + xy'$
  8) $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom, koji nisu grupe:
  1) $(\{z \in \mathbb{C} | Im(z) = Re(z)\}, +)$ 2) $(\{f | f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}, \circ)$ 3) $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ 4) $(\mathbb{Z}, \cdot)$
  5) $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ 6) $(\mathbb{R}[x], \cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: 1) $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ 2) $((0, \infty), \cdot)$ 3) $((-\infty, 0), \cdot)$ 4) $(\mathbb{N}, \cdot)$
  5) $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ 6) $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ 7) $((0, 1), \cdot)$ 8) $(\{-1, 1\}, \cdot)$ 9) $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$ 10) $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su prsteni. 1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ 2) $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$
  3) $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +, \cdot)$ 4) $\big((0, \infty), +, \cdot\big)$ 5) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ 6) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ 7) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ 8) $(\{-1, 1\}, +, \cdot)$
  9) $(\{7k | k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^2 + t + 1$ nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je p polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je p nad poljem $\mathbb{R}$:
  1) uvek svodljiv 2) uvek nesvodljiv (3) ništa od prethodnog.

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\alpha}) = 0$. Zaokruži tačno: (1) $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ (2) $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ (3) $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$
  4) $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ 5) $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ 6) $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ 7) $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

- Ako je $A = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ i $B = \{1 - e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$, tada je: (1) $A \cap B \neq \emptyset$ 2) $A \subset B$
  (3) $A \subseteq B$ 4) $A \nsubseteq B$ (5) $A \supseteq B$ 6) $A \nsupseteq B$ 7) $A \supset B$ 8) $A \cap B = \emptyset$ (9) $A = B$

- Neka je $\{1, -1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za c je $c \in \{$ 1, −1 $\}$.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $h : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $t : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f, g, h i t.

  $f(z) = \overline{z} e^{i2\arg(z)}$ je identička funkcija, 1-1, na (svesti na eksponencijalni oblik)!
  $g(z) = -zi$ je rotacija za $-\frac{\pi}{2}$, 1-1, na
  $h(z) = z + i$ je translacija za i, 1-1, na
  $t(z) = -\overline{z}$ je osna simetrija u odnosu na Im-osu, 1-1, na
  $A = \{z \mid (z - i)^3 = i\}$ je temena jednakostraničnog trougla, centar u i
  $B = \{z \mid |z|^{2010} = 1\}$ je $K(0,1)$, centralna kružnica
  $C = \{z \mid |z - i|^3 = i\}$ je $\emptyset$ jer i ($|\cdot|^3$) ne sme biti kompleksan broj
  $D = \{z \mid z = -\overline{z}\}$ je Im-osa

Kolokvijum 1, novembar 2010, grupa B.

- Pri delenju polinoma $x^4 + x^2 + 1$ sa $x^2 - x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je $x^2 + x + 1$, a ostatak je 0.

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
  1) $(a')' = a'$ (2) $a \cdot a' = 0$ (3) $a \cdot 0 = 0$ 4) $1 + a = a'$ (1) (5) $a \cdot b = (a' + b')'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^4 = 1$ je $S = \{$ ±1, ±i $\}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = 1 - i$:
  $Re(z) =$ 1 $Im(z) =$ −1 $|z| = \sqrt{2}$ $\arg(z) = -\frac{\pi}{4}$ $\overline{z} =$ 1 + i

- Za relaciju $\subseteq$ u skupu $\mathcal{A} = \{A, B, C\}$, gde je $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, b, c, d\}$, $C = \{a, b\}$ i navesti
  najmanji el: C minimalne el: C najveći el: B maksimalne el: B

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u algebarskom obliku:
  $2e^{0 \cdot i} =$ 2 $e^{i\pi} =$ −1 $2e^{i\frac{-\pi}{2}} =$ −2i $e^{-i\pi} =$ −1 $e^{i\frac{3\pi}{2}} =$ −i

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija: (1) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 5x + 7$
  (2) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$ (3) $f : (-\infty, 0] \to [0, \infty)$, $f(x) = x^2$ (4) $f : [0, \infty) \to [0, \infty)$, $f(x) = x^2$
  (5) $f : \mathbb{R} \to (0, \infty)$, $f(x) = e^{-x}$ (6) $f : (\frac{\pi}{2}, \pi) \to (0, 1)$, $f(x) = \sin x$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativni grupoidi.
  (1) $(\mathbb{N}, +)$ (2) $(\mathbb{N}, \cdot)$ (3) $(\mathbb{R}, +)$ (4) $(\mathbb{R}, \cdot)$ (5) $(\{-1, 1\}, \cdot)$ (6) $((0, \infty), \cdot)$

* *

4 аксиоме и 9 теорема – Бул.

- Izračunati: 1) $\arg(-6) =$ π 2) $\arg(-5i) =$ $-\frac{\pi}{2}$ 3) $\arg(13) =$ 0 4) $\arg(0) =$ NIJE DEF
5) $\arg(3i) =$ $\frac{\pi}{2}$ 6) $\arg(1-i) =$ $-\frac{\pi}{4}$ 7) $\arg(-\sqrt{3}+i) =$ $\frac{5\pi}{6}$

- Napisati Kejlijevu tablicu grupoida $(\mathbb{Z}_5 \setminus \{0\}, \cdot)$, odrediti inverzne elemente i izračunati:

$\cdot$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	1	3
3	3	1	4	2
4	4	3	2	1

$1^{-1} =$ 1 $3^{-1} =$ 2 $(4+2^3)^{-1} =$ 3
$((-1)^{-1} + 2^3)^{-1} =$ 3 $(4+3^3)^2 =$ 1

- Da li je $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,3),(4,3),(4,2)\}$ relacija poretka skupa $A = \{1,2,3,4\}$: (DA) NE, i ako jeste, nacrtati njen Haseov dijagram.



Odrediti
minimalne: 1, 4 maksimalne: 2, 3
najveći: — i najmanji: — element.

- Ako je p polinom stepena 1 nad nekim poljem F i ako ima tačno jedan koren u tom polju, tada je p:
1) uvek svodljiv (2) uvek nesvodljiv 3) nekada svodljiv a nekada nesvodljiv 4) ništa od prethodnog
5) uvek normalizovan

- U polju $\mathbb{Z}_7$ izračunati $3(2^3+4)+3 =$ 4 $2^{-1} =$ 4 $3^{-1} =$ 5 $-2 =$ 5 $-3 =$ 4

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
(1) $z\overline{z} = |z|^2$ 2) $Re(z) = \frac{1}{2}(z-|z|)$ 3) $Im(z) = \frac{1}{2}(z+|z|)$ (4) $\overline{z_1+z_2} = \overline{z}_1 + \overline{z}_2$
5) $|z_1+z_2| = |z_1|+|z_2|$ (6) $\overline{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \overline{z}$ (7) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z}_1 \cdot \overline{z}_2$ (8) $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$
(9) $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^{-2}\overline{z}$ (10) $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \overline{z}$

- U skupu $\mathbb{N} = \{1,2,\ldots\}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x,x^2)|x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_2 = \{(x,y)| -2x+y=0, x,y \in \mathbb{N}\}$, $\rho_3 = \{(x,x)|x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_4 = \{(x,y)|x,y \in \mathbb{N}, xy = 4\}$, $\rho_5 = \{(5x,5x)|x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_6 = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.
Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
ρ_1 : R S (A) T ρ_2 : R S (A) T ρ_3 : (R)(S)(A)(T) ρ_4 : R (S) A T ρ_5 : R (S)(A)(T) ρ_6 : (R)(S) A (T)

- Neka je A najveći podskup od $(-\infty,0) = \mathbb{R}^-$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f: A \to B$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{1-x^2}$. Tada je $A =$ [-1,0), $f($ -1 $) = 0$ i $B =$ (-1,0].
Funkcija $f: A \to B$ je:
1) sirjektivna ali ne injektivna 2) injektivna ali ne sirjektivna 3) niti injektivna niti sirjektivna
(4) bijektivna (5) $f^{-1}: O \to S$, $f^{-1} =$ $-\sqrt{1-x^2}$, $O =$ (-1,0], $S =$ [-1,0)

- Neka je $A = \{1,2,3,4\}$ i $B = \{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \angle$ označava neopadajuću funkciju f:
$\left|\{f|f: A \longrightarrow B\}\right| =$ $2^4 = 16$, $\left|\{f|f: A \xrightarrow{1-1} B\}\right| =$ 0, $\left|\{f|f: A \longrightarrow B \wedge f \nearrow\}\right| =$ 0,
$\left|\{f|f: B \xrightarrow{na} B\}\right| =$ 2, $\left|\{f|f: B \longrightarrow A\}\right| =$ $4^2 = 16$, $\left|\{f|f: A \xrightarrow{1-1} A\}\right| =$ 4!,
$\left|\{f|f: B \longrightarrow A \wedge f \angle\}\right| =$ 10, $\left|\{f|f: A \xrightarrow{na} B\}\right| =$ 14.

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f: A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln(x^2 + e^{-2})$. Tada je $A =$ $\mathbb{R}$, $f($ 0 $) = -2$ i $B =$ [-2,∞). Funkcija $f: A \to B$ je:
1) bijektivna (2) sirjektivna ali ne injektivna
3) injektivna ali ne sirjektivna 4) niti injektivna niti sirjektivna

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koje je tačno u Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B,+,\cdot,',0,1)$:
(1) $x = xy + xy'$ (2) $xx' = (x+1)'$ (3) $xx = x + x$ 4) $xy = x + y$ (5) $xy = 1 \Rightarrow x = 1$
6) $xy = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0)$ (7) $(x = 0 \vee y = 0) \Rightarrow xy = 0$
8) $(\forall x \in B)(\exists y \in B)\ x + y = 1 \wedge xy = 0$

- Zaokružiti asocijativno komutativne grupoide sa neutralnim elementom: 1) $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ 2) $(\mathbb{R}[x],\cdot)$ 3) $(\{z\in\mathbb{C}|Im(z)=Re(z)\},+)$ 4) $(\{f|f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\},\circ)$ 5) $(\mathbb{Z},\cdot)$ 6) $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},\cdot)$

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{Q}\backslash\{0\},\cdot)$: 1) $(\mathbb{Z}\backslash\{0\},\cdot)$ 2) $(\mathbb{Q}\backslash\{0\},+)$ 3) $((0,1),\cdot)$ 4) $(\mathbb{R}\backslash\{0\},+)$ 5) $((0,\infty),\cdot)$ 6) $((-\infty,0),\cdot)$ 7) $(\mathbb{N},\cdot)$ 8) $(\{-1,1\},\cdot)$ 9) $(\{-1,0,1\},\cdot)$ 10) $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},\cdot)$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su prsteni, a nisu polja: 1) $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ 2) $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ 3) $(\mathbb{Q}\setminus\{0\},+,\cdot)$ 4) $\big((0,\infty),+,\cdot\big)$ 5) $(\mathbb{N},+,\cdot)$ 6) $(\mathbb{C},+,\cdot)$ 7) $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ 8) $(\{-1,1\},+,\cdot)$ 9) $(\{7k|k\in\mathbb{Z}\},+,\cdot)$ POLINOMI

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom t^2+1 nesvodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je p polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{C}$ tada je polinom p: 1) uvek svodljiv 2) uvek nesvodljiv 3) ništa od prethodnog.

- Neka je $f\in\mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\alpha})=0$. Zaokruži tačno: 1) $x^2+x\cos\alpha+1\,|\,f(x)$ 2) $x^2-2x\cos\alpha+1\,|\,f(x)$ 3) $x-e^{i|\alpha|}\,|\,f(x)$ 4) $x^2-x\cos\alpha+1\,|\,f(x)$ 5) $x-e^{-i\alpha}\,|\,f(x)$ 6) $x-e^{i\alpha}\,|\,f(x)$ 7) $x^2-x\cos\alpha+\alpha^2\,|\,f(x)$

- Neka je $z=3+2i$, $u=1+i$ i $w=2-i$. Rotacijom tačke w oko tačke z za ugao $-\frac{\pi}{2}$ dobija se tačka $3i$, translacijom tačke z za vektor w dobija se tačka $5+i$, $\sphericalangle zuw=$ $-\frac{\pi}{2}$.

- Zaokružiti brojeve (ili broj) ispred struktura koje su polja: 1) $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ 2) $(\mathbb{Z}_4,+,\cdot)$ 3) $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ 4) $(\mathbb{Z}_3,+,\cdot)$ 5) $(\mathbb{N},+,\cdot)$ 6) $(\mathbb{C},+,\cdot)$ 7) $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$ 8) $(\mathbb{R}^+,+,\cdot)$

- Ako je $A=\{1+e^{i\psi}\,|\,\psi\in\mathbb{R}\}$ (KRUŽNICA) i $B=\{2-e^{i\psi}\,|\,\psi\in\mathbb{R}\}$ (KRUŽNICA U CENTRU 2), tada je: 1) $A\cap B\neq\emptyset$ 2) $A\subset B$ 3) $A\subseteq B$ 4) $A\nsubseteq B$ 5) $A\supseteq B$ 6) $A\not\supseteq B$ 7) $A\supset B$ 8) $A\cap B=\emptyset$ 9) $A=B$.

- Neka je $\{1,-1\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za a je $a\in\{$ 1, 1 $\}$.

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A,B,C,D i sledećih kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $h:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $t:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f, g, h i t:

  $A=\{z||z-i|^3=2i\}$ je $\emptyset$ jer je $2i\in\mathbb{C}$ $z=x+iy$ $z=\rho e^{i\varphi}$

  $B=\{z|z=-\overline{z}\}$ je IMAGINARNA OSA

  $C=\{z|(z-i)^3=i\}$ je TEMENA JEDNAKOSTRANIČNOG TROUGLA ČIJE JE TEME U TAČKI i.

  $D=\{z||z|^{2010}=1\}$ je $K(0,1)$ KRUŽNICA

  $f(z)=-2i$ je ROTACIJA ZA $-\frac{\pi}{2}$ OKO KOORDINATNOG SISTEMA, 1-1, na

  $g(z)=-\overline{z}$ je osna sim u odnosu na Im-osu, 1-1, na

  $h(z)=-\overline{z}e^{i2\arg(z)}$ je centralna sim u odnosu na (0,0), 1-1, na

  $i(z)=z+i$ je TRANSLACIJA ZA VEKTOR i, 1-1, na,

Kolokvijum 2, 23.01.2011, grupa A.

- Za ravan $\alpha:\ x=0$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha=($ 1 , 0 , 0 $)$ i koordinate jedne njene tačke $A($ 0 , $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}$ $)$ ($Ax+By+Cz+D=0$)

- SLJ. Za koje vrednosti parametra $a\in\mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x-2y=2\wedge ax+2y=a$ nad poljem realnih brojeva: 1) neodređen: $-$ 2) određen: $a\neq 1$ ($D\neq 0$) 3) kontradiktoran: $a=-1$

- Za vektore $\vec{a} = (-3, 0, 4)$ i $\vec{b} = (-8, 1, -4)$ izračunati:
  1) $|\vec{a}| =$ 5 2) $|\vec{b}| =$ 9 3) $\vec{a} - 2\vec{b} =$ (13, -2, 12)
  4) $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ 24 + 0 - 16 = 8 5) $\vec{a} \times \vec{b} =$ (-4, -44, -3) 6) $\cos \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) =$ 4/85

- Koje su od sledećih uređenih n-torki nezavisne za vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$: 1) $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\big)$
  2) $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ 3) $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ 4) $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

  dim=3?

- $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{13} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}_{31} = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}_{31} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{13} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 2 = -2$ $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

- Matrice linearnih transformacija $f(x) = (2x, x)$, $g(x, y, z) = (x, x)$ $h(x) = 13x$ i $s(x, y, z) = 3x$ su:
  $M_f = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ $M_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $M_h = \begin{bmatrix} 13 \end{bmatrix}$ $M_s = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ 2 $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 1 $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ 1 $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 2 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ 1 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ 2 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 1 $\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$ 1 $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ 1

****

- S.L.J Odrediti sve vrednosti realnih parametara a i b za koje je sistem linearnih jednačina
  $$\begin{array}{rcrcl} ax & + & ay & = & 0 \\ & - & (a-1)y & = & a-1 \end{array}$$
  1) kontradiktoran: /
  2) određen: $a \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$ / $a \neq 0 \wedge a \neq 1$
  3) 1 puta neodređen: $a = 0 \wedge a = 1$
  4) 2 puta neodređen: /

- Neka je $ABCD$ paralelogram, a tačka T težište trougla ABC (BD je dijagonala paralelograma). Izraziti vektor $\overrightarrow{AT}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{AT} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$

- Izraziti vektor $\vec{x} = (3, 3, 2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$ i $\vec{c} = (1, 1, 0)$:
  $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}$

  dim = 3 n = 4 n > dim V

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, četvorka vektora (a, b, c, d) je:
  1) uvek zavisna 2) nikad baza 3) može ali ne mora da bude generatorna

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora (a, b, c) je:
  1) uvek nezavisna 2) uvek zavisna 3) nekad nezavisna a nekad zavisna

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$? 1) $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je:
  KVAD. MATRICA ← 1) $|\det(A)| = \lambda |\det(A')|$ za neko $\lambda \in \mathbb{R}$ 2) $\mathrm{rang}(A) = \mathrm{rang}(A')$
  3) $A \cdot A' = I$ 4) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det A' \neq 0$?

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ:
  1) $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$ 2) $(B + C)A = BA + CA$ 3) $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$
  4) $\det(AB) = \det(B) det(A)$ 5) $(AB)^2 = A^2 B^2$ 6) $\mathrm{rang}(AB) = \mathrm{rang}(A)\mathrm{rang}(B)$
  7) $\mathrm{rang}(AB) = \mathrm{rang}(A)\mathrm{rang}(B)$ 8) $A(BC) = (AB)C$

- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$:
  1) $(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \perp \vec{x}$ 2) $(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \perp \vec{a}$ 3) $(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \parallel \vec{x}$ 4) $(\vec{x} - \mathbf{pr}_{\vec{a}}\vec{x}) \parallel \vec{a}$ 5) ništa od prethodnog

- Neka su a, b i c proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b, a+c, b+c)$ je: $\begin{vmatrix} 1&1&0\\ 1&0&1\\ 0&1&1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0$
  1) uvek zavisna 2) uvek nezavisna 3) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c

- Neka su a, b i c proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b, a+c, -a+b-2c)$ je: $D = \begin{vmatrix} 1&1&-1\\ 1&0&1\\ 0&1&-2 \end{vmatrix} = 0$
  1) uvek zavisna 2) uvek nezavisna 3) nekad zavisna, a nekad nezavisna, zavisi od izbor vektora a, b, c

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su kolinearni ako i samo ako:
  1) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ 2) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ 3) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$
  4) $(\exists\lambda \in \mathbb{R})\, \vec{a} = \lambda\vec{b}$ 5) $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 6) $(\exists\lambda \in \mathbb{R})\, (\vec{a} = \lambda\vec{b} \vee \lambda\vec{a} = \vec{b})$ 7) $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$
  8) $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni

- Neka je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, gde je $\vec{m} = m_1\vec{i} + m_2\vec{j} + m_3\vec{k}$ dati slobodni vektor. Funkcija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ je:
  1) linearna transformacija 2) injektivna 3) sirjektivna 4) bijektivna 5) izomorfizam

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: 1) $x = 0 \Rightarrow f(x) = 0$
  2) $f(0) = 0$ 3) $f(0) = 1$ 4) $f(xy) = f(x)f(y)$ 5) $f(xy) = x\,f(y)$ 6) $f(x) = ax$ za neko $a \in \mathbb{R}$
  7) $f(\lambda + v) = f(\lambda) + f(v)$

- Neka je $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_2, x_3)$ tj. $\varphi(\vec{x}) = (\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k})$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \to \mathbb{R}^3$
  1) linearna transformacija 2) injektivna 3) sirjektivna 4) bijektivna 5) izomorfizam

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
  1) $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ 2) $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ 3) $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ 4) $\det : \mathcal{M} \underset{na}{\xrightarrow{1-1}} \mathbb{R}$ 5) det je linearna

- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
  1) rang : $\mathcal{M} \to \mathbb{R}$ 2) rang : $\mathcal{M} \to \mathbb{N}$ 3) rang : $\mathcal{M} \to \mathbb{N} \cup \{0\}$ 4) rang : $\mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{N} \cup \{0\}$
  5) rang : $\mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{N} \cup \{0\}$

- Ako je $f(0) = 0$, tada funkcija f: 1) sigurno jeste linearna transformacija 2) sigurno nije linearna transformacija 3) može a ne mora biti linearna transformacija

- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ nezavisna u prostoru V, $(c_1, c_2, \ldots, c_m)$ generatorna za prostor V i $\dim V = k$. Tada je
  1) $m \leq k \leq n$ 2) $n \leq k \leq m$ 3) $n \leq m \leq k$ 4) $k \leq m \leq n$ 5) $k \leq n \leq m$ 6) $m \leq n \leq k$

- Neka je $\vec{r}_A$ vektor položaja tačke A, $|\overrightarrow{AB}| = d$. Odrediti $\vec{r}_B$ u zavisnosti od $\vec{r}_A$, $\vec{a}$ i d, ako je vektor $\vec{a}$ istog pravca kao i vektor $\overrightarrow{AB}$, a suprotnog smera od vektora $\overrightarrow{AB}$. $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \overrightarrow{AB} = \vec{r}_A - d \cdot \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

- Neka je $k-$ torka vektora $(b_1, b_2, \ldots, b_k)$ baza prostora V i neka je $(d_1, d_2, \ldots, d_\ell)$ zavisna $\ell-$torka vektora. Tada je: 1) $k \leq \ell$ 2) $\ell \leq k$ 3) $k = \ell$ 4) $\ell < k$ 5) $\ell > k$ 6) ništa od prethodnog

- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
  1) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = z\}$, **dim** $U=$ 1
  2) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ **dim** $U=$ 1 ; $x, y = 0$, $z \in \mathbb{R}$ ⇐ Prava
  3) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ **dimU=** 0 ; $x, y, z = 0$
  4) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$ **dim** $U=$ 2

- Neka je $a = (2,0,2)$, $b = (-3,0,3)$, $c = (1,0,-1)$, $d = (-1,0,1)$, $e = (0,1,0)$, $f = (1,0,0)$, $g = (1,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:

ZAV. → 1) $V = L(a,b,c) \Rightarrow dim(V) =$ 2 2) $V = L(a) \Rightarrow dim(V) =$ 1
3) $V = L(a,b) \Rightarrow dim(V) =$ 2 4) $V = L(b,c,d) \Rightarrow dim(V) =$ 1 ← ZAVISI
ZAV. → 5) $V = L(b,c,e) \Rightarrow dim(V) =$ 2 6) $V = L(a,g) \Rightarrow dim(V) =$ 2
ZAV. → 7) $V = L(e,f,g) \Rightarrow dim(V) =$ 3

$\det A \neq 0 \Leftrightarrow \exists A^{-1}$

- Ako je A kvadratna matrica reda n, tada je:
1) $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang} A = 0$ 2) $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang} A \leq n-1$ 3) $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang} A = n$
4) $\text{rang} A = n \Rightarrow \det A \neq 0$ 5) $\text{rang} A = n \Leftarrow \det A \neq 0$ 6) $\text{rang} A = n \Leftarrow \exists A^{-1}$ → $\det \neq 0$

- Za koje $a, b \in \mathbb{R}$ su f i g linearne transformacije i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

! $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ f(x,y,z) = (y3^{ax+b} - bz, y\sin(a-b))$ $a = 0 \wedge b \in \mathbb{R}$ $\begin{bmatrix} 0 & 3^b & -b \\ 0 & -\sin b & 0 \end{bmatrix}$ rang $\begin{cases} b \neq 0 \\ b = 0 \end{cases}$

$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ f(x,y,z) = (z - bxy, 1 + a^{x+a})$ $a, b \in \emptyset$ nikada

---

Kolokvijum 2, 23.01.2011, grupa B.

- Za ravan $\alpha : z = 1$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (0, 0, 1)$ i koordinate jedne njene tačke $A(0, 0, 1)$

- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $2x + y = 1 \wedge 4x + ay = a$ nad poljem realnih brojeva: 1) neodređen: $a=2$ 2) određen: $a \neq 2$ 3) kontradiktoran: /
(može i preko det.)

- Za vektore $\vec{a} = (-2,1,2)$ i $\vec{b} = (1,4,8)$ izračunati:
1) $|\vec{a}| =$ 3 2) $|\vec{b}| =$ 9 3) $\vec{a} - 2\vec{b} =$ ____
4) $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ____ 5) $\vec{a} \times \vec{b} =$ ____ 6) $\cos \measuredangle(\vec{a}, \vec{b}) =$ ____

- Koje su od sledećih uređenih n-torki zavisne za vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$: 1) $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\big)$
2) $\big((1,0,0),(0,-1,0)\big)$ 3) $\big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\big)$ 4) $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$

- $\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -2$ $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = 1 \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

- Matrice linearnih transformacija $h(x) = 5x$, $f(x,y) = x + 2y$, $g(x,y,z) = (x, x-y)$ i $s(x,y) = (3x, y)$ su:

$M_h = \begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix}$ $M_f = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$ $M_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ $M_s = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ 3 $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 2 $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ 2 $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -4 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ 1 $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 0 $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ 3 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 1 $\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$ 1 $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ 1

↑ izbaci se jedan od zavisnih vektora pa je rang = rangu te podmatrice

****

- Neka je $\varphi : V \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_2, x_3)$ tj. $\varphi(\vec{x}) = (\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k})$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \rightarrow \mathbb{R}^3$
  1) linearna transformacija 2) injektivna 3) sirjektivna 4) bijektivna 5) izomorfizam
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih kvadratnih matrica čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je: $f : V \to V$
  1) $\det : \mathcal{M} \longrightarrow \mathbb{R}$ 2) $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ 3) $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ 4) $\det : \mathcal{M} \xrightarrow[na]{1-1} \mathbb{R}$ 5) det je linearna
  nije vek. pr.
- Neka je $\mathcal{M}$ skup svih matrica čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva $\mathbb{R}$. Tada je:
  1) $\mathrm{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$ 2) $\mathrm{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N}$ 3) $\mathrm{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$ 4) $\mathrm{rang} : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{N} \cup \{0\}$
  5) $\mathrm{rang} : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{N} \cup \{0\}$
  ako su matrice istog tipa, onda jeste vek. prostor
- Ako je $f(0) = 0$, tada funkcija f: 1) sigurno jeste linearna transformacija 2) sigurno nije linearna transformacija 3) može a ne mora biti linearna transformacija
- Neka je $(a_1, a_2, \ldots, a_k)$ nezavisna u prostoru V, $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$ generatorna za prostor V i $\dim V = m$. Tada je ($k \leq m$, $n \geq m$)
  1) $m \leq k \leq n$ 2) $n \leq k \leq m$ 3) $n \leq m \leq k$ 4) $k \leq m \leq n$ 5) $k \leq n \leq m$ 6) $m \leq n \leq k$
- Neka je $\vec{r}_M$ vektor položaja tačke M, $|\overrightarrow{MN}| = \ell$. Odrediti $\vec{r}_N$ u zavisnosti od $\vec{r}_M$, $\vec{p}$ i ℓ, ako je vektor $\vec{p}$ istog pravca kao i vektor $\overrightarrow{MN}$, a suprptnog smera od vektora $\overrightarrow{MN}$. $\vec{r}_N = \vec{r}_M + \overrightarrow{MN} = \vec{r}_M - \ell \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}$
- Neka je $\ell-$ torka vektora $(b_1, b_2, \ldots, b_\ell)$ baza prostora V i neka je $(d_1, d_2, \ldots, d_k)$ zavisna $k-$ torka vektora. Tada je: 1) $k \leq \ell$ 2) $\ell \leq k$ 3) $k = \ell$ 4) $\ell < k$ 5) $\ell > k$ 6) ništa od prethodnog
- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora (a, b, c) je: (dim 3)
  1) uvek nezavisna 2) uvek zavisna 3) nekad nezavisna a nekad zavisna 4) nikad nezavisna
- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -6 \end{bmatrix}$? 1) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

  Ako je njihov proizvod kolinearna matrica onda jeste!
- Koji od sledećih podskupova $U \subseteq \mathbb{R}^3$ je potprostor i za one koji jesu napiši desno od njih njihovu dimenziju:
  1) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = z\}$, dim U = 1
  2) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 0\}$ dim U = 1
  3) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ dim U = 0
  4) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y + z\}$ dim U = 2

  da bi bio vekt. prostor, ovo mora biti sistem lin hom. f-ja!
- Neka je $a = (2, 0, 2)$, $b = (-3, 0, 3)$, $c = (1, 0, -1)$, $d = (-1, 0, 1)$, $e = (0, 1, 0)$, $f = (1, 0, 0)$, $g = (1, 0, 2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
  1) $V = L(e, f, g) \Rightarrow dim(V) =$ 3 2) $V = L(a, b) \Rightarrow dim(V) =$ 2
  3) $V = L(g) \Rightarrow dim(V) =$ 1 4) $V = L(b, c, d) \Rightarrow dim(V) =$ 1
  5) $V = L(b, c, e) \Rightarrow dim(V) =$ 2 6) $V = L(a, g) \Rightarrow dim(V) =$ 2
  7) $V = L(a, b, c) \Rightarrow dim(V) =$ 2
- Ako je A kvadratna matrica reda n, tada je: 1) $\mathrm{rang}A = n \Leftarrow \det A \neq 0$ 2) $\det A = 0 \Rightarrow \mathrm{rang}A = 0$
  3) $\det A = 0 \Leftrightarrow \mathrm{rang}A \leq n - 1$ 4) $\det A = 0 \Rightarrow \mathrm{rang}A = n$ 5) $\mathrm{rang}A = n \Rightarrow \det A \neq 0$
  6) $\mathrm{rang}A = n \Leftarrow \exists A^{-1}$
- Odrediti sve vrednosti realnih parametara a i b za koje je sistem linearnih jednačina
  $$\begin{aligned} (a-1)x \; + \quad ay &= 0 \\ - \; (a+1)y &= a+1 \end{aligned}$$
  1) kontradiktoran: $a = 1$
  2) određen: $a \neq 1 \wedge a \neq -1$
  3) 1 puta neodređen: $a = -1$
  4) 2 puta neodređen: /

Odnos ZAVISNIH vektora i dimenzije ne postoji!

- Neka je je $ABCD$ paralelogram, gde mu je AC dijagonala. Tada u zavisnosti od $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ i $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ izraziti $\overrightarrow{AT}$, gde je T težište trougla ACD. $\overrightarrow{AT} =$ $\frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{a}$
- Izraziti vektor $\vec{x} = (1,0,1)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,0,-1)$, $\vec{b} = (0,1,-1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$: $\vec{x} =$ $-\vec{b} + \vec{c}$
- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, četvorka vektora (a,b,c,d) je: 1) uvek generatorna 2) nikad baza, 3) može ali ne mora da bude generatorna 4) nikad nezavisna
- Ako je matrica A' dobijena od matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$ elementarnim transformacijama, tada je: 1) $|\det(A)| = \lambda|\det(A')|$ za neko $\lambda \in \mathbb{R}$ 2) $\text{rang}(A) = \text{rang}(A')$ 3) $A \cdot A' = I$ 4) $\det A = 0 \Leftrightarrow \det A' = 0$
- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 3 i svaki skalar λ: 1) $A(BC) = (AB)C$ 2) $(B+C)A = BA + CA$ 3) $(AB)^2 = A^2B^2$ 4) $A \cdot B = B \cdot A$ 5) $\det(AB) = \det(B)det(A)$ 6) $\text{rang}(AB) = \text{rang}(A)\text{rang}(B)$ 7) $\det(A \cdot B) = \det(A) + \det(B)$ 8) $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$
- Koja od sledećih tvrdnji je tačna za svaka dva slobodna vektora $\vec{x}$ i $\vec{a}$: 1) $(\vec{x} - \frac{\vec{a}\vec{x}}{\vec{a}\vec{a}}\vec{a}) \perp \vec{x}$ 2) $(\vec{x} - \frac{\vec{a}\vec{x}}{\vec{a}\vec{a}}\vec{a}) \perp \vec{a}$ 3) $(\vec{x} - \frac{\vec{a}\vec{x}}{\vec{a}\vec{a}}\vec{a}) \parallel \vec{x}$ 4) $(\vec{x} - \frac{\vec{a}\vec{x}}{\vec{a}\vec{a}}\vec{a}) \parallel \vec{a}$ 5) ništa od prethodnog
- Neka su a, b i c proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b, a+c, b+c)$ je: 1) uvek zavisna 2) uvek nezavisna 3) zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora a, b, c.
- Neka su a, b i c proizvoljni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b, a+c, -a+b-2c)$ je: 1) uvek zavisna 2) uvek nezavisna 3) zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora a, b, c.
- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ su kolinearni ako i samo ako: 1) $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = 1$ 2) $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 2$ 3) $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \leq 1$ 4) $(\exists\lambda \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \lambda\vec{b}$ 5) $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 6) $(\exists\lambda \in \mathbb{R})\ (\vec{a} = \lambda\vec{b} \vee \lambda\vec{a} = \vec{b})$ 7) $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$ 8) $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su zavisni
- Neka je $\vec{x} = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ proizvoljni vektor i neka je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x_1, x_2, x_3) = \vec{m} \cdot \vec{x}$, gde je $\vec{m} = m_1\vec{i} + m_2\vec{j} + m_3\vec{k}$ dati slobodni vektor. Funkcija $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ je: 1) linearna transformacija 2) injektivna 3) sirjektivna 4) bijektivna 5) izomorfizam
- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y, \lambda, v \in \mathbb{R}$ tačno je: 1) $x = 0 \Rightarrow f(x) = 0$ 2) $f(0) = 0$ 3) $f(0) = 1$ 4) $f(xy) = f(x)f(y)$ 5) $f(xy) = x\,f(y)$ 6) $f(x) = ax$ za neko $a \in \mathbb{R}$ 7) $f(\lambda + v) = f(\lambda) + f(v)$
- Za koje $a, b \in \mathbb{R}$ su f i g linearne transformacije i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ f(x,y,z) = (y3^{x+b} - bz, y\sin(a-b))$ nije lin. transformacija z bilo koje a i b

$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ f(x,y,z) = (z - bxy, a^{x+a})$ $a = 0 \wedge b = 0$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ rang=1

Kolokvijum 1, 04.02.2011.

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,2), (1,3), (1,4)\}$ skupa $A = \{1,2,3,4\}$ navesti najmanji el: 1 minimalne el: 1 najveći el: / maksimalne el: 2,3,4

- Ako je funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = ax^2 + ax + 2$, za koje vrednosti parametara a funkcija f je: **1)** injektivna $a=0$, **2)** sirjektivna $a=0$, **3)** bijektivna $a=0, b\neq 0$.

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
1) $a + bc = (a+b)(a+c)$ **2)** $a' + a' = a'$ **3)** $a + a' = a$ **4)** $a \cdot 0 = 0$ **5)** $1 \cdot 0 = 1$ **6)** $a + 1 = 1$

- U grupi $(\mathbb{Z}_4, +)$ neutralni element je 0, a inverzni elementi su:
$-0 = 0$, $-1 = 3$, $-2 = 2$, $-3 = 1$

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

- Za kompleksne brojeve $z_1 = i^2$ i $z_2 = i^3$ izračunati
$z_1 + z_2 = -1 - i$ $\quad z_1 \cdot z_2 = i$ $\quad \frac{z_1}{z_2} = -i$ $\quad \arg(\frac{z_1}{z_2}) = -\frac{\pi}{2}$ $\quad |z_1 + z_2| = \sqrt{2}$

- Pri delenju polinoma $x^3 + 1$ sa $x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je $x^2 - x + 1$, a ostatak je 0.

- Neka su $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$ i $g : (0, \infty) \to (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{1+x}$ i $g(x) = 1 + x$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) = \frac{1-x}{x}$ 2) $g^{-1}(x) = x-1$ 3) $(f \circ g)(x) = \frac{1}{2+x}$ 4) $(g \circ f)(x) = \frac{2+x}{1+x}$.

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom:
1) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **2)** $(\{-1, 0, 1\}, +)$ **3)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $(\mathbb{C}, +)$ **6)** $(\mathbb{Q}, \cdot)$ **7)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom prstenu $(R, +, \cdot)$:
1) $a + bc = (a+b)(a+c)$ **2)** $(R, +)$ je grupa **3)** $(R, \cdot)$ je grupa **4)** operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ **5)** $ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab \neq 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$ **8)** $a \cdot (-a) = -a^2$ **9)** $a + (-a) = 0$

* *

- U skupu $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x, x+1) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_2 = \{(x, y) | x + y = 2011, x, y \in \mathbb{N}\}$, $\rho_3 = \{(x, x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_4 = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, y > 1\}$, $\rho_5 = \{(2x, 2x) | x \in \mathbb{N}\}$, $\rho_6 = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.
Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
ρ_1 : R S A T $\quad \rho_2$: R S A T $\quad \rho_3$: R S A T $\quad \rho_4$: R S A T $\quad \rho_5$: R S A T $\quad \rho_6$: R S A T

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, i $f_1 = \{(1,3), (2,4), (3,3)\}$, $f_2 = \{(1,3), (3,4), (2,3), (4,4)\}$, $f_3 = \{(3,3), (2,2), (4,4), (1,2)\}$, $f_4 = \{(3,3), (2,3), (1,3), (3,2)\}$. Popuniti sa **da** ili **ne**:

\	f_i je funkcija	f_i je funkcija skupa A u skup B	$f_i : A \xrightarrow{1-1} B$	$f_i : A \xrightarrow{na} B$	$f : A \xrightarrow[na]{1-1} B$
f_1	DA	DA	NE	NE	NE
f_2	DA	DA	NE	NE	NE
f_3	DA	DA	NE	DA?	NE
f_4	NE	NE	NE	NE	NE

- Neka je $A = \{a, b, c\}$, $f : A \to A$ i $g : A \to A$ funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & a & c \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{pmatrix}$. Tada je
$f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & b & c \end{pmatrix}$, $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}$, $f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & b & a \end{pmatrix}$,
$(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & b & c \end{pmatrix}$, $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}$.

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R}, \cdot, +)$ **2)** $\left(\{f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, +, \circ\right)$ **3)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{C}, \cdot, +)$ **7)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i sledećih kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.

  $f(z) = -\overline{z}$ je OSNA SIMETRIJA U ODNOSU na Im-osu i 1-1, na

  $g(z) = I_m(z)$ je kombinacija projekcije na Im-osu i rot za $-\pi/2$

  $A = \{z | (z - (1-i))^5 = 32\}$ je temena pravilnog petougla sa težištem u $1+i$

  $B = \{z | z\overline{z} = 1\}$ je centralna kružnica $K(0,1)$

  $C = \{z | z = \overline{z}\}$ je cela realna osa

  $D = \{z |\ \arg z = \arg \overline{z}\}$ je skup svih tačaka realne ose bez 0

  $E = \{z | I_m(z) = -R_e(z)\}$ je skup tačaka prave $y = -x$

  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: a) $A \subset B$ b) $C \subseteq D$ ⓒ $D \subseteq C$ d) $B \subseteq D$ e) $D \subseteq E$

- Neka su $z_1 = 2 + 2i$, $z_2 = -3 - i$ i $z_3 = -1 - i$. Izračunati: $\sphericalangle z_2 z_3 z_1 = \frac{3\pi}{4}$

  Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA (NE)

- Ako je p nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada su sve moguće vrednosti za $dg(p)$: { 1, 2 }
- Ako je p svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada su sve moguće vrednosti za $dg(p)$: { 2, 3, 4, ... $[2,\infty) \cap \mathbb{N}$ }
- Odrediti sve vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{C}$ za koje je polinom $p(x) = ax + b$ nesvodljiv nad poljem $\mathbb{C}$:

  полином је линеаран, а $a, b \in \mathbb{C}$ и увек ће бити несводљив

- Neka je $\{-2, 1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ nad poljem realnih brojeva. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{$ 0, 3 $\}$.
- Neka je A najveći podskup od $(0, \infty) = \mathbb{R}^+$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je funkcija $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{1 - x^2}$ (kružnica). Tada je $A = (0,1]$, $f($ 1 $) = 0$ i $B = [-1, 0)$. Funkcija $f : A \to B$ je:

  1) sirjektivna ali ne injektivna 2) injektivna ali ne sirjektivna 3) niti injektivna niti sirjektivna ④ bijektivna 5) $f^{-1} : O \to S$, ? $f = \sqrt{1-x^2}$, $O = [-1, 0)$, $S = (0, 1]$

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:

  $\left|\{f | f : A \longrightarrow B\}\right| =$ 32, $\left|\{f | f\ A \xrightarrow{1-1} B\}\right| =$ ∅, $\left|\{f | f\ A \longrightarrow B \wedge f \nearrow\}\right| =$ ∅,

  $\left|\{f | f : B \xrightarrow{na} B\}\right| =$ 2, $\left|\{f | f : B \longrightarrow A\}\right| =$ 25, $\left|\{f | f : A \xrightarrow{1-1} A\}\right| =$ 120,

  $\left|\{f | f : B \longrightarrow A \wedge f \underline{\nearrow}\}\right| =$ 15, $\left|\{f | f : A \xrightarrow{na} B\}\right| =$ 30.

- Neka je $f \in \mathbb{R}[x]$ i $f(e^{-i\alpha}) = 0$. Zaokruži tačno: ① $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ ② $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ ③ $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$ 4) $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ 5) $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ 6) $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ 7) $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$
- Ako je $A = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ i $B = \{1 - e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$, tada je: ① $A \cap B \neq \emptyset$ 2) $A \subset B$ ③ $A \subseteq B$ 4) $A \nsubseteq B$ ⑤ $A \supseteq B$ 6) $A \nsupseteq B$ 7) $A \supset B$ 8) $A \cap B = \emptyset$ ⑨ $A = B$

Kolokvijum 2, 04.02.2011.

- Vektor normale ravni $\alpha : z = x$ je: 1) $(1,0,1)$ ② $(1,0,-1)$ 3) $(0,1,0)$ ④ $(-1,0,1)$ 5) $(1,1,1)$

  Koordinate jedne njene tačke su: ⑥ $(0,0,0)$ 7) $(1,0,0)$ ⑧ $(0,1,0)$ 9) $(0,0,1)$ ⑩ $(1,1,1)$

  ↑ $y \in \mathbb{R}$

- Sistem jednačina $ax + ay = a \wedge ax - ay = -a$ je

  određen za: 1) $a \neq 1$ 2) $a \neq -1$ 3) $a \neq 1 \wedge a \neq -1$ 4) $a \neq 0$

  neodređen za: 5) $a = 1$ 6) $a = 0$ 7) $a = -1$

  protivrečan za: 8) $a = 1$ 9) $a = 0$ 10) $a = -1$ 11) $a = -1 \wedge a = 1$

- Ako je $\vec{a} = (-2, 2, 1)$ i $\vec{b} = (1, -4, 8)$, tada je:

  1) $|\vec{a}| =$ 2) $|\vec{b}| =$ 3) $\vec{a}\vec{b} =$ 4) $\vec{a} \times \vec{b} =$ 5) $\cos \sphericalangle(\vec{a}\vec{b}) =$

- Ako je $a = \Big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\Big)$ $b = \Big((1,0,0),(0,-1,0)\Big)$ $c = \Big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\Big)$ $d = \Big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\Big)$, tada su nezavisne u $\mathbb{R}^3$: 1) a 2) b 3) c 4) d

- Ako je $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, tada je:

  1) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}^{\top}$ 2) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$ 3) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

- Ako je $A = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$, $B = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}^{-1}$, tada:

  1) $\det A$ je 0, 2 2) $\det B$ je 3, 0, -3 3) $\det C^{-1}$ je 5, $-\frac{1}{5}$, $\frac{1}{5}$, -5

- Format (m, n), matrice linearne transformacije

  1) $h(x) = 5x$ je $(0,1), (1,0), (1,1)$; 2) $f(x,y) = x + 2y$ je $(2,2), (2,1), (1,2)$;

  3) $g(x,y) = (x, x-y, x+y)$ je $(2,3), (3,2), (2,2)$; 4) $s(x,y) = x$ je $(2,1), (1,2), (1,1)$

- Ispod svake matrice zaokružiti broj koji predstavlja njen rang.

  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ 1 2 3

  $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 1 2 3

  $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ 1 2 3

  $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -4 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ 1 2 3

  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 0 1 2

  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ 1 2 3

  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 1 2 3

  $\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$ 0 1 2

  $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ 0 1 2

****

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1, x_2, x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ tj. $\psi(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) = \vec{x}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori uređenih trojki i slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$

  1) linearna transformacija 2) injektivna 3) sirjektivna 4) bijektivna 5) izomorfizam

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:

  1) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ 2) $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ 3) $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$

  4) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ 5) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Neka je skup $\mathcal{A} = \Big\{(i,j) | i \in \{1, 2, \ldots, m\} \wedge j \in \{1, 2, \ldots, n\}\Big\}$. Tada za matricu M_{mn} nad poljem $\mathbb{R}$ važi:

  1) $M_{mn} : \mathcal{A} \longrightarrow \mathbb{R}$ 2) $M_{mn} : \mathcal{A} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ 3) $M_{mn} : \mathcal{A} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ 4) $M_{mn} : \mathcal{A} \xrightarrow[na]{1-1} \mathbb{R}$ 5) M_{mn} je linearna

- Vektori a i b nad poljem $\mathbb{R}$ su zavisni ako i samo ako je $\alpha a + \beta b = 0$ i:

  1) $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 2) $\alpha \neq 0 \vee \beta \neq 0$ 3) $|\alpha| + |\beta| = 0$ 4) $(\alpha, \beta) \neq (0, 0)$ 5) svaki od α i β jednak nuli

- Vektori a i b nad poljem $\mathbb{R}$ su nezavisni ako i samo ako $\alpha a + \beta b = 0$ implicira: 1) $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$

  2) $\alpha = 0 \wedge \beta = 0$ 3) $|\alpha| + |\beta| \neq 0$ 4) $(\alpha, \beta) = (0, 0)$ 5) bar jedan od α i β različit od nule

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su komplanarni ako i samo ako:
  1) $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 2$ **2)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **3)** $\text{rang}\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$
  4) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$ **5)** $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$
  7) $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \wedge \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \neq 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je zavisna.

- Ako je $ABCD$ paralelogram, S presek dijagonala AC i BD, T težište trougla SCD i ako je $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ i $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, tada je: **1)** $\overrightarrow{BT} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$ **2)** $\overrightarrow{BT} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{4}{5}\vec{b}$ **3)** $\overrightarrow{BT} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b}$ **4)** $\overrightarrow{BT} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}$ **5)** $\overrightarrow{BT} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b}$

- Ako je $\vec{x} = (5, 4, 3)$, $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$, $\vec{c} = (1, 1, 0)$ i $\vec{x} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c}$, tada (α, β, γ) je:
  1) (3,2,1) **2)** (2,3,1) **3)** (3,1,2) **4)** (1,2,3) **5)** (1,3,2) **6)** (2,-1,3) **7)** (2,2,3) **8)** (2,1,3) **9)** (2,3,3) **10)** (1,1,3)

- Neka je tačka P presk ravni $\alpha : \vec{n}\vec{r} = \vec{n}\vec{r}_Q$ i prave $a : \vec{r} = \vec{r}_A + t\vec{a}$ i $\vec{n}\vec{a} \neq 0$. Tada je: **1)** $\vec{r}_P = \vec{r}_A + \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_A)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$.
  2) $\vec{r}_P = \vec{r}_Q + \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. **3)** $\vec{r}_P = \vec{r}_A + \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_A)\vec{a}}{\vec{n}\vec{a}}\vec{n}$. **4)** $\vec{r}_P = \vec{r}_A - \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. **5)** $\vec{r}_P = \vec{r}_A + \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_A)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{n}$.

- Neka su a, b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b, a + c, b + c)$ je:
  1) uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora a, b, c

- Neka su a, b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a + b, a + c, -a + b - 2c)$ je:
  1) uvek zavisna **2)** uvek nezavisna **3)** zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora a, b, c

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-10}$ važi: **1)** mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$
  2) paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ **3)** poklapaju se $(m = n)$ **4)** seku se $(m \cap n = \{M\})$

- $\vec{a} \perp \vec{b}$ ako i samo ako:
  1) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **2)** $\vec{a}\vec{b} = 0$ **3)** $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ **4)** $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **5)** $\vec{a} = 0$ **6)** $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|$

- Broj svih linearnih transformacija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ za koje važi $f(xy) = f(x)f(y)$ je:
  1) 0 **2)** 1 **3)** 2 **4)** 3 **5)** 4 **6)** 5

- Neka su matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$ i $B = [b_{ij}]_{nn}$ nad poljem $\mathbb{R}$. Tada postoji $\lambda \in \mathbb{R}$ takav da je:
  1) $\text{rang}(A) = \text{rang}(B) \Rightarrow |\det(A)| = \lambda|\det(B)|$ **2)** $\text{rang}(A) = \text{rang}(B) \Rightarrow \det(A) = \lambda\det(B)$
  3) $|\det(A)| = \lambda|\det(B)| \Rightarrow \text{rang}(A) = \text{rang}(B)$ **4)** $\det(A) = \lambda\det(B) \Rightarrow \text{rang}(A) = \text{rang}(B)$

- Linearne transformacije su: **1)** ravanske simetrije **2)** osne simetije **3)** projekcije na ravan **4)** projekcije na pravu **5)** rotacije **6)** translacije **7)** kose projekcije **8)** $f(x) = x + 1$ **9)** $f(x, y) = -3x + y$ **10)** $f(x) = (x, x)$

- Par $(\vec{a}, \vec{b})$ je kolinearan ako je on par: **1)** nenula vektora **2)** različitih vektora **3)** neparalelnih vektora **4)** vektora istoga pravca **5)** za koji je $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **6)** za koji je $\vec{a}\vec{b} = 0$ **7)** za koji je $\vec{a} = 0$ **8)** zavisnih vektora

- Trojka slobodnih vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je komplanarna ako je ona trojka: (nije ekvivalencija!) **1)** nenula vektora **2)** različitih vektora **3)** paralelnih vektora **4)** vektora istoga pravca **5)** za koju je $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** za koju je $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ **7)** zavisnih vektora **8)** vektora čiji pravci su paralelni istoj ravni

- Zaokružiti brojeve ispred podskupova $U_i \subseteq \mathbb{R}^3$ koji su podprostori i brojeve koji su ispred njihovih dimenzija.
  1) $U_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y\}$ **2)** $U_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = -y\}$

3) $U_3 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 - y^2 = 0\}$ 4) $U_4 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = z\}$
5) $U_5 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$

$\dim U_1$ je: 0 1 2 $\dim U_2$ je: 0 1 2 $\dim U_3$ je: 0 1 2
$\dim U_4$ je: 0 1 2 $\dim U_5$ je: 0 1 2

- Neka je $a = (2,2,0)$, $b = (-3,3,0)$, $c = (1,-1,0)$, $d = (-1,1,0)$, $e = (0,0,1)$, $f = (1,0,0)$, $g = (1,2,0)$. Zaokružiti broj koji je dimenzija potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
1) $V = L(b,c,d) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1 2 3 2) $V = L(e,f,g) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1 2 3
3) $V = L(a,b) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1 2 3 4) $V = L(e,f,g) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1 2 3
5) $V = L(b,c,e) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1 2 3 6) $V = L(a,b,c) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1 2 3
7) $V = L(a,g) \Rightarrow \dim(V)$ je: 1 2 3

- Ako je A kvadratna matrica reda 3, tada je: 1) $\text{rang}A = 3 \Leftarrow \det A \neq 0$ 2) $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang}A = 0$ 3) $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang}A \leq 2$ 4) $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang}A = 3$ 5) $\text{rang}A = 3 \Rightarrow \det A \neq 0$ 6) $\text{rang}A = 3 \Leftarrow \exists A^{-1}$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ:
1) $A(BC) = (AB)C$ 2) $(B+C)A = BA + CA$ 3) $(AB)^2 = A^2B^2$ 4) $A - B = B - A$
5) $\det(AB) = \det(B)\det(A)$ 6) $\text{rang}(AB) = \text{rang}(A)\text{rang}(B)$ 7) $\det(A \cdot B) = \det(A) + \det(B)$
8) $\det(\lambda A) = \lambda \det(A)$

- Neka su $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $n = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ matrice kolone nad poljem $\mathbb{R}$. Tada je:

1) $(n^\top x)a = (an^\top)x$ 2) $(n^\top a)x = (xn^\top)a$ 3) $n^\top a = a^\top n$ 4) $na = an$ 5) $(n^\top x)a = n^\top(xa)$
6) $a^\top n = 0 \Rightarrow a \perp n$

(Napomena: $(\forall \lambda \in \mathbb{R})\ [\lambda] \cdot A \overset{def}{=} \lambda \cdot A = \lambda A$, za svaku matricu A).

Kolokvijum 1, 18.02.2011.

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{N}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost.
$\rho_1 = \{(1,1),(2,2)\}$: R S A T $\rho_2 = \{(1,1),(2,2),(1,2)\}$: R S A T $\rho_2 = \{(1,2),(2,1),(1,3)\}$: R S A T

- Neka je f funkcija definisana sa $f = \binom{a\ b\ c}{c\ a\ b}$. Tada je
$f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $f \circ f = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$, $f \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri:
1) $a + bc = (a+b)(a+c)$ 2) $a' + a' = a$ 3) $a + a' = a$ 4) $a + 0 = 0$ 5) $1 + 0 = 1$ 6) $a + 1 = 1$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koja su grupe:
1) $(\mathbb{Z}, +)$ 2) $(\{-1,0,1\}, \cdot)$ 3) $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ 4) $(\mathbb{C}, \cdot)$

- Koje od navedenih struktura su prsteni:
1) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ 2) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ 3) $(\mathbb{Z} \setminus \{1\}, +, \cdot)$ 4) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ 5) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ 6) $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, +, \cdot)$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = 1 + i$ i $z_2 = -1 + i$ izračunati
$z_1 + z_2 =$ $z_1 \cdot z_2 =$ $|\frac{z_1}{z_2}| =$ $\arg(z_2) =$ $|z_2| =$

- Pri delenju polinoma x^4+x^2+1 sa x^2+x+1 nad $\mathbb{R}$, količnik je x^2-x+1, a ostatak je 0.

- Neka su $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ i $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definisane sa $f(x)=2^{-x}$ i $g(x)=-x+3$. Izračunati:

  1) $g^{-1}(x)= 3-x$ 2) $f^{-1}(x)= -\log_2 x$ 3) $(f\circ f)(x)= 2^{-2^{-x}}$

  4) $(f\circ g)(x)= 2^{x-3}$ 5) $(g\circ f)(x)= -2^{-x}+3$

- Funkcija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+=(0,\infty)$ definisana sa $f(x)=3^x$ je: 1) sirjektivna i nije injektivna (2) bijektivna 3) injektivna i nije sirjektivna 4) nije injektivna i nije sirjektivna

- Skup svih kompleksnih rešenja jednačine $z^3=-8$ u algebarskom obliku je $\{-2\ ,\quad ,\quad \}$.

* *

- Za relaciju poretka $\rho=\{(1,1),(2,2),(3,3),(1,3)\}$ skupa $A=\{1,2,3\}$ navesti najmanji el: / minimalne el: 1, 2 najveći el: / maksimalne el: 3, 2

- U skupu A_i definisana je relacija ρ_i: $A_1=\mathbb{Z}$, $\rho_1=\{(x,y)\,|\,|x|=|y|\}$, $A_2=\mathbb{Z}$, $\rho_2=\{(x,y)|xy=0\}$, $A_3=\mathbb{C}\setminus\{0\}$, $\rho_3=\{(x,y)|\arg(x)=\arg(y)\}$, A_4 - skup slobodnih vektora, $\rho_4=\{(\vec{x},\vec{y})|\vec{x}\times\vec{y}=\vec{0}\}$, A_5 - skup slobodnih vektora, $\rho_5=\{(\vec{x},\vec{y})|\vec{x}\vec{y}=0\}$. Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.

  ρ_1 : R S A T ρ_2 : R S A T ρ_3 : R S A T ρ_4 : R S A T ρ_5 : R S A T

- Naći minimalne i maksimalne elemente i najveći i najmanji elemenat, ukoliko postoje, u skupovima $A=\{5,6,\cdots,15\}$, $B=\{1,2,3,6,9\}$, $C=\{1,2,3,4,5\}$, $D=\{2,4,10,100\}$, $E=\{3^n|n\in\mathbb{N}\}\cup\{6\}$ u odnosu na relaciju poretka „deli"

	A	B	C	D	E
minimalni		1	1	2	3
maksimalni		6, 9	3, 4, 5	100	6
najveći	/	/	/	100	/
najmanji	/	1	1	2	3

- Neka je $\{2,3\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, gde su $a,b,c\in\mathbb{R}$. Tada je $a\in\{-7, -8\}$. VIJETOVE FORMULE

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\ln(x^2-1)$. Tada je $A=(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ $f(\pm\sqrt{2})=0$ i $B=$ _____. Funkcija $f:A\to B$ je:
  (1) sirjektivna ali ne injektivna 2) injektivna ali ne sirjektivna
  3) niti injektivna niti sirjektivna 4) bijektivna

- Neka je $A=\{1,2,3,4\}$ i $B=\{1,2,3\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:

  $\left|\{f|f:A\longrightarrow B\}\right|= 81$, $\left|\{f|f:A\xrightarrow{1-1}B\}\right|= \emptyset$, $\left|\{f|f:B\longrightarrow A\wedge f\nearrow\}\right|= 4$,

  $\left|\{f|f:A\xrightarrow{na}B\}\right|=$ _____, $\left|\{f|f:B\longrightarrow A\}\right|= 64$, $\left|\{f|f:A\xrightarrow{1-1}A\}\right|= 24$,

  $\left|\{f|f:A\longrightarrow B\wedge f\underline{\nearrow}\}\right|= 15$, $\left|\{f|f:A\xrightarrow{na}A\}\right|= 24$.

- Za koje vrednosti realnih parametara a i b formula $f(x)=ax^2+bx$

  1) definiše funkciju $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $a, b\in\mathbb{R}$

  2) definiše injektivnu funkciju $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $a=0\wedge b\neq 0$

  3) definiše sirjektivnu funkciju $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $a=0\wedge b\neq 0$

4) definiše bijektivnu funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ______ $a=0 \wedge b\neq 0$

5) definiše rastuću funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ______ $a=0 \wedge b>0$

6) definiše neopadajuću funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ______ $a=0 \wedge b\geq 0$

- U Bulovoj algebri $\mathcal{B} = (B, +, \cdot, ', 0, 1)$ važi: **1)** $x + y = (x'y')'$ **2)** $xy = (x' + y')'$ **3)** $xy = 1 \Rightarrow y = 1$ **4)** $x = y \Rightarrow x' = y'$ **5)** $x' = y' \Rightarrow x = y$ **6)** $f(x) = x' \Rightarrow f : B \xrightarrow[\text{na}]{1-1} B$

- Implikacija $xy = 1 \Rightarrow$x=1 važi u: **1)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{R}, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Q}, \cdot)$ **4)** U Bulovoj algebri

- Algebarska struktura $(\{1, 3, 5, 7\}, \cdot)$ jeste grupa, gde je operacija $\cdot$ množenje po modulu: **1)** 5 **2)** 6 **3)** 7 **4)** 8

- Zaokružiti podgrupe grupe $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$: **1)** $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, +)$ **2)** $((0, \infty), \cdot)$ **3)** $((-\infty, 0), \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{Z} \setminus \{0\}, \cdot)$ **6)** $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, +)$ **7)** $((0, 1), \cdot)$ **8)** $(\{-1, 1\}, \cdot)$

- Zaokružiti brojeve ispred struktura koje su asocijativni grupoidi sa neutralnim elementom: **1)** $(\{2k|k \in \mathbb{Z}\}, \cdot)$ **2)** $(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \cap)$ **3)** $(\{a + ai|a \in \mathbb{R}\}, +)$ **4)** $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **5)** $(\{f|f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}\}, \circ)$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su prsteni. **1)** $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ **2)** $(\mathbb{Q}^+, +, \cdot)$ **3)** $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{Z}_4, +, \cdot)$ **5)** $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$ **6)** $(V, +, \times)$, gde je V je skup slobodnih vektora **7)** $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ **8)** $(\{3k|k \in \mathbb{Z}\}, +, \cdot)$ **9)** $(\mathbb{Z} \setminus \{1\}, +, \cdot)$ **10)** $(\mathbb{C}, +, \cdot)$

- Proveriti koje od sledećih ekvivalencija i implikacija su tačne za svaki kompleksni broj z:

1) $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) \geq 0$ **2)** $-\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \big(R_e(z) \geq 0 \wedge z \neq 0\big)$

3) $-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow R_e(z) > 0$ **4)** $\arg z < 0 \Rightarrow I_m(z) \leq 0$ **5)** $\arg z < 0 \Leftarrow I_m(z) \leq 0$

- Ako je $\alpha = \arg e^{i\alpha}$, tada $\arg(-1 + e^{i\alpha})$ je: **1)** $\alpha + \pi$ **2)** $-\alpha + \pi$ **3)** $\frac{\alpha+\pi}{2}$ **4)** $\frac{\alpha-\pi}{2}$ **5)** $\in \{-\alpha, \alpha\}$ **6)** $-\frac{\alpha}{2}$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A_i i kompleksnih funkcija $f_i : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f_i.

$f_1(z) = i\overline{z}$ je osna sim. u odnosu na osu koja prolazi kroz (0,0) i zaklapa ugao $\frac{\pi}{4}$ - 1-1, na

$f_2(z) = iz$ je rotacija za $\measuredangle \frac{\pi}{2}$, 1-1, na

$f_3(z) = \frac{z+\overline{z}}{2}$ je ______

$A_4 = \{z|\ (z - 1)^4 = 1\}$ je temena pravougaonog četvorougla, težište u 1

$A_5 = \{z|\ |z - 1|^4 = 1\}$ je kružnica r, $k(1,1)$

$A_6 = \{z|\ |z - 1|^4 = i\}$ je $\emptyset$ $i \notin \mathbb{C}$

$A_7 = \{z|\ \arg z = \arg \overline{z}\}$ je Re-osa$\setminus\{0\}$

- Zaokružiti brojeve koji su koreni odgovarajućih jednačina:

$z \in \{0, 1, e^{i\frac{2\pi}{3}}, e^{-i\frac{2\pi}{3}}\} \Rightarrow z^2 = \overline{z}$, $\quad z \in \{0, 1, e^{i\frac{2\pi}{3}}, e^{-i\frac{2\pi}{3}}\} \Rightarrow z^3 = |z|$,

$z \in \{0, 1, e^{i\frac{2\pi}{3}}, e^{-i\frac{2\pi}{3}}\} \Rightarrow z^4 = z$, $\quad z \in \{0, 1, e^{i\frac{2\pi}{3}}, e^{-i\frac{2\pi}{3}}\} \Rightarrow z^3 = 1$.

- Zaokružiti oznaku polja za koje važi da je polinom $t^4 + t^2 + 1$ svodljiv nad njima. $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ $\mathbb{Z}_2$ $\mathbb{Z}_3$ $\mathbb{Z}_5$

- Ako je p polinom stepena 2 nad poljem $\mathbb{R}$, tada je p: **1)** svodljiv **2)** nesvodljiv **3)** ništa od prethodnog

---

$A\cdot x + B\cdot y + C\cdot z + D = 0$

Kolokvijum 2, 18.02.2011.

$z - x = 0$

- Vektor normale ravni $\alpha : z = x$ je: **1)** $(1, 0, 1)$ **2)** $(1, 0, -1)$ **3)** $(0, 1, 0)$ **4)** $(-1, 0, 1)$ **5)** $(1, 1, 1)$
Koordinate jedne njene tačke su: **6)** $(0, 0, 0)$ **7)** $(1, 0, 0)$ **8)** $(0, 1, 0)$ **9)** $(0, 0, 1)$ **10)** $(1, 1, 1)$

- Sistem jednačina $ax + ay = a \wedge ax - ay = -a$ je
D≠0 određen za: **1)** $a \neq 1$ **2)** $a \neq -1$ **3)** $a \neq 1 \wedge a \neq -1$ **4)** $a \neq 0$
D=0 neodređen za: **5)** $a = 1$ **6)** $a = 0$ **7)** $a = -1$
protivrečan za: **8)** $a = 1$ **9)** $a = 0$ **10)** $a = -1$ **11)** $a = -1 \wedge a = 1$ nikada

- Ako je $\vec{a} = (-2, 2, 1)$ i $\vec{b} = (1, -4, 8)$, tada je:
1) $|\vec{a}|=$ **2)** $|\vec{b}|=$ **3)** $\vec{a}\vec{b} =$ **4)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ **5)** $\cos\sphericalangle(\vec{a}\vec{b}) =$

- Ako je
$a = \Big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\Big)$, $b = \Big((1,0,0),(0,-1,0)\Big)$, $c = \Big((0,0,1),(0,1,0),(1,0,0),(1,2,3)\Big)$, $d = \Big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\Big)$, tada su nezavisne u $\mathbb{R}^3$: **1)** a **2)** b **3)** c **4)** d

- $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -1$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -1$ $\det \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$ $= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

- Format (m, n), matrice linearne transformacije
1) $h(x) = (5x, x)$ je (0,1),(1,0),(2,1); **2)** $f(x, y, z) = x + 2y$ je (2,2),(2,1),(1,3);
3) $g(x, y, z) = (x, z)$ je (2,3),(3,2),(2,2); **4)** $s(x, y) = x + y$ je (2,1),(1,2),(1,1)

- Ispod svake matrice zaokružiti broj koji predstavlja njen rang.
$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -3 & -2 \end{bmatrix}$ 1 2 3 $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 1 2 3 $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ 1 2 3 $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -4 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ 1 2 3 $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 0 1 2 $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ 1 2 3 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 1 2 3 $\begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix}$ 0 1 2 $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ 0 1 2

* *

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1, x_2, x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ tj. $\psi(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) = \vec{x}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori uređenih trojki i slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:
1) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$
4) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Neka je skup $\mathcal{A} = \Big\{(i, j) | i \in \{1, 2, \ldots, m\} \wedge j \in \{1, 2, \ldots, n\}\Big\}$. Tada za matricu M_{mn} nad poljem $\mathbb{R}$ važi: (vrste, kolone; skup br.)
1) $M_{mn} : \mathcal{A} \longrightarrow \mathbb{R}$ **2)** $M_{mn} : \mathcal{A} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ **3)** $M_{mn} : \mathcal{A} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ **4)** $M_{mn} : \mathcal{A} \xrightarrow[na]{1-1} \mathbb{R}$ **5)** M_{mn} je linearna

- Vektori a i b nad poljem $\mathbb{R}$ su zavisni ako i samo ako je $\alpha a + \beta b = 0$ i:
1) $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ **2)** $\alpha \neq 0 \vee \beta \neq 0$ **3)** $|\alpha| + |\beta| = 0$ **4)** $(\alpha, \beta) \neq (0, 0)$ **5)** svaki od α i β jednak nuli

- Vektori a i b nad poljem $\mathbb{R}$ su nezavisni ako i samo ako $\alpha a + \beta b = 0$ implicira: **1)** $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$
2) $\alpha = 0 \wedge \beta = 0$ **3)** $|\alpha| + |\beta| \neq 0$ **4)** $(\alpha, \beta) = (0, 0)$ **5)** bar jedan od α i β različit od nule

- Vektori $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ su nekomplanarni ako i samo ako:
1) rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 3$ **2)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 2$ **3)** rang $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \leq 3$

4) $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \neq 0$ **5)** $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ **6)** $(\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R})\ \vec{a} = \alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$
7) $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0$ **8)** $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je nezavisna

komplanarni ⟺ $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c})$

nekomplanarni ⟺ nezavisni

- Ako je $ABCD$ paralelogram, S presek dijagonala AC i BD, T težište trougla SAB i ako je $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ i $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, tada je: $\overrightarrow{DT} =$

- Ako je $\vec{x} = (5,2,1)$, $\vec{a} = (1,0,1)$, $\vec{b} = (0,1,1)$, $\vec{c} = (1,1,0)$, napisati $\vec{x}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. $\vec{x} =$

- Neka je tačka P presk ravni $\alpha : \vec{n}\vec{r} = \vec{n}\vec{r}_Q$ i prave $a : \vec{r} = \vec{r}_A + t\vec{a}$ i $\vec{n}\vec{a} \neq 0$. Tada je: 1) $\vec{r}_P = \vec{r}_Q + \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. 2) $\vec{r}_P = \vec{r}_A + \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_A)\vec{a}}{\vec{n}\vec{a}}\vec{n}$. 3) $\vec{r}_P = \vec{r}_A - \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. 4) $\vec{r}_P = \vec{r}_A - \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_Q)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{a}$. 5) $\vec{r}_P = \vec{r}_A + \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_A)\vec{n}}{\vec{a}\vec{n}}\vec{n}$.

- Neka su a, b i c zavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b, b+c, a+2b+c)$ je: $D = \begin{vmatrix} 1&1&0 \\ 0&1&1 \\ 1&2&1 \end{vmatrix} = 0$
1) uvek zavisna 2) uvek nezavisna 3) zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora a, b, c

- Neka su a, b i c nezavisni vektori. Tada uređena trojka vektora $(a+b-c, a+b, -a)$ je: $D = \begin{vmatrix} 1&1&-1 \\ 1&1&0 \\ -1&0&0 \end{vmatrix} = -1$
1) uvek zavisna 2) uvek nezavisna 3) zavisna ili nezavisna, tj. zavisi od izbora vektora a, b, c

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y}{4} = \frac{z-5}{-10}$ važi: 1) mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$
2) paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ 3) poklapaju se $(m = n)$ 4) seku se $(m \cap n = \{M\})$

- $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ako i samo ako:
1) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ 2) $\vec{a}\vec{b} = 0$ 3) $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ 4) $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ 5) $\vec{a} = 0$ 6) $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}| \cdot \sin\angle(\vec{a}, \vec{b})$

- Broj svih linearnih transformacija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ za koje važi $f(xy) = f(x)f(y)$ je:
1) 0 2) 1 3) 2 4) 3 5) 4 6) 5

- Neka su matrice $A = [a_{ij}]_{nn}$ i $B = [b_{ij}]_{nn}$ nad poljem $\mathbb{R}$. Tada postoji $\lambda \in \mathbb{R}$ takav da je:
1) $\text{rang}(A) = \text{rang}(B) \Rightarrow |\det(A)| = \lambda|\det(B)|$ 2) $\text{rang}(A) = \text{rang}(B) \Rightarrow \det(A) = \lambda\, det(B)$
3) $|\det(A)| = \lambda|\det(B)| \Rightarrow \text{rang}(A) = \text{rang}(B)$ 4) $\det(A) = \lambda \det(B) \Rightarrow \text{rang}(A) = \text{rang}(B)$

- Linearne transformacije su: 1) ravanske simetrije u odnosu na ravan $\alpha \ni (0,0,0)$ 2) kose projekcije 3) translacije 4) osne simetije u odnosu na na osu $\sigma \ni (0,0,0)$ 5) projekcije na ravan $\alpha \ni (0,0,0)$ 6) projekcije na pravu $\sigma \ni (0,0,0)$ 7) rotacije sa centrom u $(0,0,0)$ 8) $f(x) = x + 0$ 9) $f(x) = (x, 0)$

- Par $(\vec{a}, \vec{b})$ je nekolinearan ako je on par: (nije ekvivalencija!) 1) nenula vektora 2) neparalelnih vektora 3) vektora istoga pravca 4) za koji je $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ 5) za koji je $\vec{a}\vec{b} = 0$ 6) za koji je $\vec{a} \neq 0$ 7) zavisnih vektora

- Trojka slobodnih vektora $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je nekomplanarna (NEZAVISNA) ako je ona trojka: (nije ekvivalencija!) 1) nenula vektora 2) različitih vektora 3) neparalelnih vektora 4) vektora različitog pravca 5) za koju je $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) \neq 0$ 6) za koju je $\vec{a} \times \vec{b} \neq 0$ 7) nezavisnih vektora 8) vektora čiji pravci nisu paralelni istoj ravni

- Zaokružiti brojeve ispred podskupova $U_i \subseteq \mathbb{R}^3$ koji su podprostori i za one koji jesu napisati njihove dimenzije: 1) $U_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y \vee x = -y\}$ 2) $U_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = -y\}$
3) $U_3 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^3 = -y^3\}$ 4) $U_4 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = 0\}$
5) $U_5 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^3 \mid xy = 0\}$ 6) $U_6 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$
$\dim U_1 =$ ~~2~~ $\dim U_2 = 2$ $\dim U_3 = /$ $\dim U_4 = 1$ $\dim U_5 = /$ $\dim U_6 = 0$

- Neka je $a = (2,2,0)$, $b = (-3,3,0)$, $c = (1,-1,0)$, $d = (-1,1,0)$, $e = (0,0,1)$, $f = (1,0,0)$, $g = (1,2,0)$.
1) $V = L(b,c,d) \Rightarrow \dim(V) = 1$ 2) $V = L(a,f,g) \Rightarrow \dim(V) = 3$ 3) $V = L(a) \Rightarrow \dim(V) = 1$
4) $V = L(0,0,0) \Rightarrow \dim(V) = 0$ 5) $V = L(a,b) \Rightarrow \dim(V) = 2$ 6) $V = L(e,f,g) \Rightarrow \dim(V) = 3$
7) $V = L(b,c,e) \Rightarrow \dim(V) = 2$ 8) $V = L(a,b,c) \Rightarrow \dim(V) = 2$ 9) $V = L(a,g) \Rightarrow \dim(V) = 2$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je A kvadratna matrica reda n: 1) $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang}A = 0$
2) $\text{rang}A = n \Rightarrow \det A \neq 0$ 3) $\text{rang}A = 0 \Rightarrow \det A = 0$ 4) $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang}A \leq n-1$
5) $\text{rang}A = n \Rightarrow \det A \neq 0$

- Koje od tvrđenja je tačno za bilo koje kvadratne regularne matrice A, B, C reda 2 i svaki skalar λ:
1) $A(BC) = C(AB)$ 2) $(B - C)A = BA - CA$ 3) $(AB)^2 = (AB)(AB)$ 4) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
5) $A(-B) = -(AB)$ 6) $\det(AB) = \det(B)\det(A)$ 7) $\operatorname{rang}(AB) = \operatorname{rang}(A)\operatorname{rang}(B)$
8) $\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A)$

- Neka su $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $n = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ matrice kolone nad poljem $\mathbb{R}$. Tada je:
1) $a^\top n = 0 \Rightarrow a \perp n$ 2) $na = an$ 3) $n^\top a = a^\top n$ 4) $(n^\top x)a = (an^\top)x$
5) $(n^\top a)x = (xn^\top)a$ 6) $(n^\top x)a = n^\top(xa)$
(Napomena: $(\forall \lambda \in \mathbb{R})$ $[\lambda] \cdot A \overset{def}{=} \lambda \cdot A = \lambda A$, za svaku matricu A). matrica 1×1 = BROJ

Kolokvijum 1, 03.05.2011.

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,2), (1,3), (1,4), (2,4), (3,4)\}$ skupa $A = \{1,2,3,4\}$ navesti
najmanji el: 1 minimalne el: 1 najveći el: 4 maksimalne el: 4

- Neka su $f : \mathbb{R} \to (\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2})$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = \operatorname{arctg} x$ i $g(x) = \sqrt[3]{1 + x}$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ 2) $g^{-1}(x) =$ 3) $(f^{-1} \circ g^{-1})(x) =$
4) $(g \circ f)(x) =$ 5) $(g \circ f)^{-1}(x) =$

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \binom{a\,b\,c\,d}{c\,d\,a\,b}$, $g = \binom{a\,b\,c\,d}{b\,a\,d\,c}$ i $h = \binom{a\,b\,c\,d}{d\,c\,b\,a}$. Tada je
$f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$ $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$ $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$
$(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$ $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri: 1) $a + 1 = 1$
2) $ab + bc + ac + a = (a + b)(a + c)$ 3) $a' + a' = a'$ 4) $a + a' = 0$ 5) $a \cdot 0 = 0$ 6) $1 \cdot 0 = 1$

- U grupi $(\mathbb{Z}_5 \setminus \{0\}, \cdot)$ neutralni element je 1, a inverzni elementi su:
$2^{-1} =$ 3, $3^{-1} =$ 2, $4^{-1} =$ 4.

- Za kompleksne brojeve $z_1 = (1 + i)^2$ i $z_2 = 1 + i^3$ izračunati
$z_1 + z_2 =$ 1+i $z_1 \cdot z_2 =$ 2+2i $\frac{z_1}{z_2} =$ −1+i $\arg(\frac{z_1}{z_2}) =$ 3π/4 $|z_1 + z_2| =$ √2

- Pri delenju polinoma $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ sa $x - 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je x^2-2x+1, a ostatak je 0.

- Neka su $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$ i $g : (0, \infty) \to (0, \infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{1+x}$ i $g(x) = 1 + x$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ $\frac{1-x}{x}$ 2) $g^{-1}(x) =$ $x-1$ 3) $(f \circ g)(x) =$ $\frac{1}{2+x}$ 4) $(g \circ f)(x) =$ $\frac{x+2}{x+1}$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom:
1) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ 2) $(\{-1, 0, 1\}, +)$ 3) $(\mathbb{N}, \cdot)$ 4) $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ 5) $(\mathbb{C}, +)$ 6) $(\mathbb{Q}, \cdot)$ 7) $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$

* *

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(R,+,\cdot)$:
1) $a+bc=(a+b)(a+c)$ 2) $(R,+)$ je grupa 3) $(R,\cdot)$ je grupa 4) operacija $+$ je distributivna prema $\cdot$ 5) $ab=0 \Rightarrow a=0 \vee b=0$ 6) $a\neq 0 \wedge b\neq 0 \Rightarrow ab\neq 0$ 7) $a\cdot 0=0$ 8) $a\cdot(-a)=-a^2$ 9) $a+(-a)=0$

- Funkcija $f:[-2,\infty)\longrightarrow \mathbb{R}^+$ definisana sa $f(x)=\sqrt{2+x}$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna. 2) injektivna i nije sirjektivna.
3) nije injektivna i nije sirjektivna. 4) bijektivna. 5) Nacrtaj grafik

- Neka je $g:(-1,0]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\sqrt{1-x^2}$,
inverzna funkcija je $g^{-1}(x)=$ ______, $g^{-1}: A\to\mathbb{R}$, $A=$ ______

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{2\}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\frac{2x+1}{x-2}$. Tada je: $f^{-1}(x)=\frac{2x+1}{x-2}$

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definisana sa $f(x)=\frac{3}{x^3}$. Tada je:
$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{\frac{3}{x}}$, $(f\circ f)(x)=\frac{x^9}{9}$, $f(x+1)=\frac{3}{(x+1)^3}$, $f(\frac{1}{x})=3x^3$.

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\arccos(x+1)$. Tada je $A=$ ______, $f($____$)=\frac{3\pi}{4}$, $f($____$)=\frac{\pi}{4}$ i $B=$ ______, a $f:A\to B$ je: 1) bijektivna 2) sirjektivna ali ne injektivna 3) injektivna ali ne sirjektivna 4) niti injektivna niti sirjektivna

- $A=\{1,2,3\}$, $B=\{x,y,z,u\}$, $f_1=\{(1,x),(2,y)\}$, $f_2=\{(1,x),(2,y)(3,x)\}$, $f_3=\{(1,u),(2,y),(3,x)\}$.
Svako polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

\	f_i je funkcija	$f_i: A\longrightarrow B$	$f_i:\{1,2\}\longrightarrow B$	$f_i: A\overset{1-1}{\longrightarrow} B$	$f_i: A\overset{na}{\longrightarrow} B$	$f: A\underset{na}{\overset{1-1}{\longrightarrow}} B$
f_1	DA	NE	DA	NE	NE	NE
f_2	DA	DA	NE	NE	NE	NE
f_3	DA	DA	NE	DA	NE	NE

- Funkcija $f:(-\pi,-\frac{\pi}{4})\longrightarrow(-1,\frac{1}{\sqrt{2}})$ definisana sa $f(x)=\cos x$ je: 1) sirjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije sirjektivna 3) nije injektivna i nije sirjektivna 4) bijektivna

- Funkcija $f:(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(0,1)$ definisana sa $f(x)=\sin x$ je: 1) sirjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije sirjektivna 3) nije injektivna i nije sirjektivna 4) bijektivna

- Funkcija $f:(\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{4})\setminus\{\frac{\pi}{2}\}\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\operatorname{tg}x$ je: 1) sirjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije sirjektivna 3) nije injektivna i nije sirjektivna 4) bijektivna

- U skupu $\mathbb{N}=\{1,2,\ldots\}$ date su relacije: $\rho_1=\{(x,x+1)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_2=\{(x,y)|x+y>0,x,y\in\mathbb{N}\}$, $\rho_3=\{(x,|x|)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_4=\{(x,y)|x,y\in\mathbb{N},x>1\}$, $\rho_5=\{(2x,2x)|x\in\mathbb{N}\}$, $\rho_6=\mathbb{N}\times\mathbb{N}$.
Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.
ρ_1: R S A T ρ_2: R S A T ρ_3: R S A T ρ_4: R S A T ρ_5: R S A T ρ_6: R S A T

- Koje od navedenih struktura su polja: 1) $(\mathbb{R},\cdot,+)$ 2) $(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+,\circ)$ 3) $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot,+)$ 4) $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ 5) $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ 6) $(\mathbb{C},\cdot,+)$ 7) $(\mathbb{C},+,\cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A,B,C,D,E i kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
$f(z)=-\overline{z}$ je osna sim. u odnosu na Im-osu; 1-1, na
$g(z)=I_m(z)$ je kompozicija ortog. projek. na Im-osu i rot. z $-\frac{\pi}{2}$ na Re-osu
$A=\{1-e^{i\psi}\mid\psi\in\mathbb{R}\}$ je tačke jed. kružnice K(1,1)
$B=\{z|z\overline{z}=1\}$ je centrarna jed. kružnica K(0,1)

$C = \{z | z = \overline{-z}\}$ je Im - osa

$D = \{z | \arg z = \arg \overline{z}\}$ je cela Re - osa $\setminus \{0\}$

$E = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je tačke jed. kružnice $K(1,1)$

Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: a) $A \subset E$ b) $C \subseteq D$ c) $D \subseteq C$ d) $B \subseteq D$ e) $A \supseteq E$

- Neka su $z_1 = 2 + 2i$, $z_2 = -3 - i$ i $z_3 = -1 - i$. Izraziti u zavisnosti od z_1, z_2 i z_3 ugao $\sphericalangle z_2 z_3 z_1 = \arg \frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3}$ i zatim ga efektivno izračunati $\sphericalangle z_2 z_3 z_1 = -\frac{3\pi}{4}$
Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Napisati bar jedan polinom nad poljem racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$ koji je nesvodljiv i koji je stepena:
1) 1: $x+1$ 2) 2: x^2+1 x^2+x+1

- Ako je p svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{Q}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je: $[2, +\infty) \cap \mathbb{N}$

- Odrediti sve vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{Q}$ za koje je polinom $p(x) = ax + b$ svodljiv nad poljem $\mathbb{Q}$: $\emptyset$ jer je linearan

- Neka je $\{1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{ -3 \}$, skup svih mogućnosti za b je $b \in \{ 3 \}$ i skup svih mogućnosti za c je $c \in \{ -1 \}$.

- Neka je $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $B = \{1, 2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:

$\left|\{f | f : A \longrightarrow B\}\right| = 32$, $\left|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\right| = \emptyset$, $\left|\{f | f : A \to B \wedge f \nearrow\}\right| = \emptyset$,

$\left|\{f | f : B \overset{na}{\to} B\}\right| = 2$, $\left|\{f | f : B \to A\}\right| = 25$, $\left|\{f | f : A \to A \wedge f \nearrow\}\right| = 1$,

$\left|\{f | f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\right| = 15$, $\left|\{f | f : A \overset{na}{\to} B\}\right| = 30$.

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$, tada je: 1) $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ 2) $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ 3) $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$ 4) $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ 5) $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ 6) $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ 7) $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R}$, tada je: 1) $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ 2) $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ 3) $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$ 4) $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ 5) $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ 6) $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ 7) $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

Kolokvijum 2, 03.05.2011.

- Sistem linearnih jednačina $\begin{matrix} x + y + z = 1 \\ y + z = 1 \end{matrix}$ je
1) kontradiktoran 2) određen 3) 1 puta neodređen 4) 2 puta neodređen

- Neka je p prava čija je jednačina $x - 1 = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$. Napisati jedan vektor pravca prave p: $\vec{p} = (1, 2, -2)$, i kordinate jedne tačke prave p: $(1, -1, 0)$.

- Ako je $\vec{a} = (-1, 1, 0)$ i $\vec{b} = (0, -1, 1)$, tada je:
1) $|\vec{a}| = \sqrt{2}$ 2) $|\vec{b}| = \sqrt{2}$ 3) $\vec{a}\vec{b} = -1$ 4) $\vec{a} \times \vec{b} =$ 5) $\sphericalangle(\vec{a}\vec{b}) = \arccos \frac{-1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$ $\frac{2\pi}{3}$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, četvorka vektora (a, b, c, d) je: 1) uvek nezavisna 2) uvek zavisna 3) nekad nezavisna a nekad zavisna 4) generatorna 5) nikad baza

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a, b, \vec{0})$ je: 1) uvek nezavisna 2) uvek zavisna 3) nekad nezavisna a nekad zavisna 4) generatorna 5) nikad baza

- Koji od sledećih iskaza implicira linearnu zavisnost slobodnih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$:
1) $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 2) $\vec{a} \not\parallel \vec{b}$ 3) $\vec{a} \perp \vec{b}$ 4) $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ 5) $\vec{a} = \vec{0} \vee \vec{b} = \vec{0}$ 6) ništa od predhodno navedenog

- Koje su od sledećih uređenih n-torki nezavisne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: 1) $\big((1,0,0),(0,1,0)\big)$
2) $\big((1,2,3),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$ 3) $\big((1,0,0)\big)$ 4) $\big((1,2,3),(4,5,6),(7,8,9),(-3,5,-9)\big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3 2 2 2 1 2 1 0

- $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}_{3\times 1} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

- Matrice linearnih transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (x + 2y, x - 3y)$ i
$g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $g(x, y, z) = (x, z)$ su:
$M_f = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ $M_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

* *

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1, x_2, x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}$ tj. $\psi(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) = \vec{x}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori uređenih trojki i slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$
1) linearna transformacija 2) injektivna 3) sirjektivna 4) bijektivna 5) izomorfizam

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:
1) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ 2) $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ 3) $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$
4) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ 5) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka nekolinearnih slobodnih vektora. Tada: 1) trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno nezavisna 2) trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno zavisna 3) postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ nezavisna 4) postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ zavisna

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, par vektora (a, b) je:
1) uvek nezavisan, 2) uvek zavisan, 3) nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T, projekcije tačke $(1, 1, 1)$ na pravu $p : \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.
$\vec{r}_T =$ 219. str

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} x & + & by & = & 1 \\ ax & - & ay & = & b \end{array}$
(a) kontradiktoran: $(a=0 \wedge b\neq 0) \vee (b=-1 \wedge a\neq -1)$
(b) određen: $a\neq 0 \wedge b\neq -1$
(c) 1 puta neodređen: $(a=0 \wedge b=0) \vee (a=-1 \wedge b=-1)$
(d) 2 puta neodređen: /

- Skup svih rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & z & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je
1) $\{(0, t, 1-t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, 2) $\{(0, 1-t, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, 3) $\{(0, 2-t, t-1) \mid t \in \mathbb{R}\}$, 4) $\{(0,0,1), (0,1,0)\}$,

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u proizvoljnom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
1) $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ 2) $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ 3) $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$
4) $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ 5) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
6) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ 7) $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? 1) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je kvadratna matrica B dobijena od matrice A elementarnim transformacijama: 1) $\det(A) = \det(B)$ 2) $\det(A) \neq 0 \wedge \det(B) \neq 0$ 3) $\text{rang}(A) = \text{rang}(B)$ 4) $A \cdot B = I$ 5) $A = \alpha B$ za neki skalar α 6) matrice A i B imaju iste karakteristične korene 7) $\exists A^{-1} \Leftrightarrow \exists B^{-1}$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda $n > 1$ važi: 1) $A(BC) = (AB)C$ 2) $AB = BA$ 3) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ 4) $\det(AB) = \det(A) + \det(B)$

- Neka je u k-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, n-torka vektora $(a_1, \dots, a_n)$ nezavisna. Tada je: 1) $k < n$ 2) $k \leq n$ 3) $k = n$ 4) $k > n$ 5) $k \geq n$ 6) ništa od prethodno navedenog

- Neka je $a = (0,0,0)$, $b = (1,0,1)$, $c = (1,0,-1)$, $d = (-1,0,1)$, $e = (1,1,1)$, $f = (1,0,0)$, $g = (2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:
  1) $V = L(a) \Rightarrow \dim(V) =$ 0 2) $V = L(a,b) \Rightarrow \dim(V) =$ 1
  3) $V = L(a,b,c) \Rightarrow \dim(V) =$ 2 4) $V = L(b,c,d) \Rightarrow \dim(V) =$ 2
  5) $V = L(b,c,e) \Rightarrow \dim(V) =$ 3 6) $V = L(e,f,g) \Rightarrow \dim(V) =$ 3

- Izraziti vektor $\vec{x} = (4,4,4)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = (1,0,1)$, $\vec{b} = (0,1,1)$ i $\vec{c} = (1,1,0)$: $\vec{x} =$ $2\vec{a} + 2\vec{b} + 2\vec{c}$

- Ako za funkciju f iz vektorskog prostora V u samog sebe važi $f(0) = 0$, tada funkcija f: 1) sigurno jeste linearna transformacija 2) sigurno nije linearna transformacija 3) može a ne mora biti linearna transformacija

- Ako je $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ linearna, tada važi: 1) f uvek jeste izomorfizam 2) f uvek nije izomorfizam 3) f uvek jeste injektivna 4) f uvek jeste sirjektivna 5) ništa od prethodno navedenog

- Ako je $f : V \to W$ linearna transformacija, tada: 1) f bijekcija 2) V i W su izomorfni 3) $f(V)$ je potprostor od W 4) $\dim(V) \leq \dim(W)$ 5) $\dim(V) \geq \dim(W)$

- Za svaku linearnu transformaciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i svako $x, y \in \mathbb{R}$ tačno je: 1) $f(1) = 1$ 2) $f(0) = 0$ 3) $f(0) = 1$ 4) $f(xy) = f(x)f(y)$ 5) $f(xy) = x\,f(y)$ 6) $f(-x) = -x$ 7) $f(\lambda v) = f(\lambda) + f(v)$ za svako $\lambda \in \mathbb{R}$, $v \in \mathbb{R}$

- Za koje vrednosti parametara $a, b, c \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

  $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y,z) = (ax + y^b, bx - z)$ ______

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = ax + bxy + cy$ ______

  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $f(x,y) = (ax + b, x + a, 2^c x + y)$ ______

- Za prave $m : \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$ i $n : \frac{x-5}{-6} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-10}$ važi: 1) mimoilazne su $(m \cap n = \emptyset \wedge m \nparallel n)$ 2) paralelne su i različite $(m \parallel n \wedge m \neq n)$ 3) poklapaju se $(m = n)$ 4) seku se $(m \cap n \neq \emptyset \wedge m \nparallel n)$

Kolokvijum 1, 24.06.2011.

- Za relaciju poretka $\rho = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2)\}$ skupa $A = \{1,2,3,4\}$ navesti
  najmanji el: ______ minimalne el: 1, 3, 4 najveći el: ______ maksimalne el: ______

- Neka su $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisane sa $f(x) = 1 + x^3$ i $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x) =$ ____ **2)** $g^{-1}(x) =$ ____
3) $(f^{-1} \circ g^{-1})(x) =$ ____ **4)** $(g \circ f)(x) =$ ____ **5)** $(g \circ f)^{-1}(x) =$ ____

- Neka su f i g funkcije definisane sa $f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & c & d & a \end{pmatrix}$ i $g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & c & a & b \end{pmatrix}$. Tada je
$f \circ g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$ $f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$ $g^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$
$(f \circ g)^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$ $g^{-1} \circ f^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ & & & \end{pmatrix}$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri: **1)** $a \cdot 0 = 1'$ **2)** $ab + b + a + a = (a+b)(a+1)$ **3)** $a' + a' = 0$ **4)** $a + a' = 1'$ **5)** $1 \cdot 0 = 0'$ **6)** $a + 1 = 0'$

- Za kompleksne brojeve $z_1 = (1-i)^2$ i $z_2 = 1 - i^3$ izračunati
$z_1 + z_2 =$ ____ $z_1 \cdot z_2 =$ ____ $\frac{z_1}{z_2} =$ ____ $\arg(\frac{z_1}{z_2}) =$ ____ $|z_1 + z_2| =$ ____

- Pri delenju polinoma $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ sa $x + 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ____, a ostatak je ____

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
1) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 5x + 7$ **2)** $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^3$ **3)** $f : (-\infty, 0] \to [0, \infty),\ f(x) = x^2$
4) $f : [0, \infty) \to [0, \infty),\ f(x) = x^2$ **5)** $f : \mathbb{R} \to (0, \infty),\ f(x) = e^{-x}$ **6)** $f : (\frac{\pi}{2}, \pi) \to (0, 1),\ f(x) = \sin x$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su asocijativni i komutativni grupoidi sa neutralnim elementom:
1) $(\mathbb{Z}, \cdot)$ **2)** $(\{-1, 0, 1\}, +)$ **3)** $(\mathbb{N}, \cdot)$ **4)** $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ **5)** $(\mathbb{C}, +)$ **6)** $(\mathbb{Q}, \cdot)$ **7)** $(\{-1, 0, 1\}, \cdot)$

****

- U grupi $(\mathbb{Z}_7 \setminus \{0\}, \cdot)$ neutralni element je ____, dok je:
$2^{-1} =$ ____, $3^{-1} =$ ____, $4^{-1} =$ ____, $5^{-1} =$ ____, $6^{-1} =$ ____

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom polju $(R, +, \cdot)$: **1)** $(R, +)$ je grupa **2)** $a(b+c) = ab + ac$ **3)** $(R, \cdot)$ je asocijativni grpoid **4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab = 0$ **7)** $a \cdot 0 = 0$ **8)** $a \cdot (-a) = -a^2$

- Funkcija $f : (-\infty, -2) \longrightarrow [2, \infty)$ definisana sa $f(x) = \sqrt{2-x}$ je:
1) sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
3) nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g : (-1, 0] \to \mathbb{R},\ g(x) = -\sqrt{1 - x^2}$, inverzna funkcija je
$g^{-1}(x) =$ ____, $g^{-1} : A \to \mathbb{R}$, $A =$ ____

- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \frac{2x}{x-2}$. Tada je: $f^{-1}(x) =$ ____

- Neka je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \setminus \{0\}$ definisana sa $f(x) = \frac{1}{x}$. Tada je:
$f^{-1}(x) =$ ____ $(f \circ f)(x) =$ ____ $f(x+1) =$ ____ $f(\frac{1}{x}) =$ ____

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f : A \to B$ definisana sa $f(x) = \ln(x+1)$. Tada je $A =$ ____, $f($ ____ $) = 1$, $f($ ____ $) = 0$ i $B =$ ____, a $f : A \to B$ je:
1) bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna **4)** niti injektivna niti sirjektivna

- $A = \{1,2,3\}$, $B = \{x,y,z,u\}$, $f_1 = \{(1,x),(2,y)\}$, $f_2 = \{(1,x),(2,y)(3,x)\}$, $f_3 = \{(1,u),(2,y),(3,x)\}$, gde su x,y,z,u međusobno različiti elementi. **Svako** polje obavezno popuniti sa **da** ili **ne**.

\	f_i je funkcija	$f_i : A \longrightarrow B$	$f_i : \{1,2\} \longrightarrow B$	$f_i : A \xrightarrow{1-1} B$	$f_i : A \xrightarrow{na} B$	$f : A \underset{na}{\xrightarrow{1-1}} B$
f_1	DA	НЕ	DA	НЕ	НЕ	НЕ
f_2	DA	DA	НЕ	НЕ	НЕ	НЕ
f_3	DA	DA	НЕ	DA	НЕ	НЕ

- Funkcija $f : (-\pi, -\frac{\pi}{4}) \longrightarrow (0, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ definisana sa $f(x) = \sin x$ je: 1) sirjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije sirjektivna 3) nije injektivna i nije sirjektivna 4) bijektivna
- Funkcija $f : (\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}) \longrightarrow (-1,1)$ definisana sa $f(x) = \cos x$ je: 1) sirjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije sirjektivna 3) nije injektivna i nije sirjektivna 4) bijektivna
- Funkcija $f : (\frac{\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}) \setminus \{\frac{\pi}{2}\} \longrightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \operatorname{tg} x$ je: 1) sirjektivna i nije injektivna 2) injektivna i nije sirjektivna 3) nije injektivna i nije sirjektivna 4) bijektivna
- U skupu $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$ date su relacije: $\rho_1 = \{(x, x+1) | x \in \mathbb{Z}\}$, $\rho_2 = \mathbb{N} \times \mathbb{Z}$, $\rho_3 = \{(x,y) | x + y > 0, x, y \in \mathbb{Z}\}$, $\rho_4 = \{(x, |x|) | x \in \mathbb{Z}\}$, $\rho_5 = \{(x,y) | x, y \in \mathbb{Z}, x > 1\}$, $\rho_6 = \{(2x, 2x) | x \in \mathbb{Z}\}$. Iza oznake svake od tih relacija zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost, S- simetričnost, A- antisimetričnost, T- tranzitivnost.

  ρ_1 : RSAT ρ_2 : RSAT ρ_3 : RSAT ρ_4 : RSAT ρ_5 : RSAT ρ_6 : RSAT
- Koje od navedenih struktura su polja: 1) $(\mathbb{R}, \cdot, +)$ 2) $(\{f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f_k(x) = kx, k \in \mathbb{R}\}, +, \circ)$ 3) $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot, +)$ 4) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ 5) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ 6) $(\mathbb{C}, \cdot, +)$ 7) $(\mathbb{C}, +, \cdot)$
- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A, B, C, D, E i kompleksnih funkcija $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ i $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.

  $f(z) = ze^{i\varphi}$ je rotACIJA 2A ∢φ ; 1-1; na

  $g(z) = -z$ je centralna sim u odnosu na (0,0) ; 1-1 i na

  $A = \{2 - e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je KRUŽNICA U centru 2

  $B = \{z | z\overline{z} = 4\}$ je Jed kružnica k(0,2)

  $C = \{z | z = -\overline{-z}\}$ je SKUP SVIH tAČAKA Re-ose

  $D = \{z | \arg z = -\arg \overline{z}\}$ je скup $\mathbb{C}/\{0\}$

  $E = \{2 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je = A

  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: a) $A \subset E$ b) $C \subseteq D$ c) $D \subseteq C$ d) $B \subseteq D$ e) $A \supseteq E$
- Neka su $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 2$ i $z_3 = 1$. Izraziti u zavisnosti od z_1, z_2 i z_3 ugao

  $\sphericalangle z_2 z_3 z_1 = \arg \frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3}$ i zatim ga efektivno izračunati $\sphericalangle z_2 z_3 z_1 = \frac{\pi}{2}$

  Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE
- Napisati bar jedan polinom nad poljem racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$ koji je nesvodljivnad poljem $\mathbb{Q}$ i koji je stepena: a) 3: $x^3 + x + 1$ b) 2: $x^2 + 1$; $x^2 + x + 1$
- Ako je p svodljiv polinom nad poljem $\mathbb{Q}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je
- Odrediti sve vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{Q}$ za koje je polinom $p(x) = ax + b$ svodljiv nad poljem $\mathbb{Q}$:

  Nije svodljiv jer je linearan
- Neka je $\{1,2,3\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{ -6 \}$, skup svih mogućnosti za b je $b \in \{ 11 \}$ i skup svih mogućnosti za c je $c \in \{ -6 \}$.

- Neka je $A=\{1,2\}$ i $B=\{1,2,3\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
$\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big| = $ 9, $\Big|\{f|f:A\xrightarrow{1-1}B\}\Big| = $ 6, $\Big|\{f|f:A\to B\wedge f\nearrow\}\Big| = $ 3,
$\Big|\{f|f:B\xrightarrow{na}B\}\Big| = $ 6, $\Big|\{f|f:B\to A\}\Big| = $ 8, $\Big|\{f|f:A\to A\ \wedge f\nearrow\}\Big| = $ 1,
$\Big|\{f|f:B\to A\wedge f\underline{\nearrow}\}\Big| = $ 4, $\Big|\{f|f:A\xrightarrow{na}B\}\Big| = $ 0.

- Ako je $f\in\mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha})=0$ i $\alpha\in\mathbb{R}\setminus\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$, tada: 1) $x-e^{-i\alpha}\mid f(x)$ 2) $x-e^{i\alpha}\mid f(x)$ 3) $x-e^{i|\alpha|}\mid f(x)$ 4) $x^2-2x\cos\alpha+1\mid f(x)$ 5) $x^2-x\cos\alpha+1\mid f(x)$ 6) $x^2+x\cos\alpha+1\mid f(x)$ 7) $x^2-x\cos\alpha+\alpha^2\mid f(x)$

- Ako je $f\in\mathbb{R}[x]$, $f(e^{i\frac{\pi}{3}})=0$, tada: 1) $x-e^{-i\frac{\pi}{3}}\mid f(x)$ 2) $x-e^{i\frac{\pi}{3}}\mid f(x)$ 3) $x-e^{i\frac{2\pi}{3}}\mid f(x)$ 4) $x^2-x+1\mid f(x)$ 5) $x^2-2x+1\mid f(x)$ 6) $x^2+\frac{1}{2}x+1\mid f(x)$ 7) $x^2+x+1\mid f(x)$

Kolokvijum 2, 24.06.2011.

- Sistem linearnih jednačina $\begin{array}{ccccc} y&+&z&=&1\\ y&+&z&=&1\end{array}$ je
1) kontradiktoran, 2) određen, 3) 1 puta neodređen, 4) 2 puta neodređen.

- Neka je α ravan čija je jednačina $x+y=1$. Napisati jedan vektor normale ravni α: $n_\alpha=(\quad,\quad,\quad)$ i koordinate jedne tačke ravni α: $(\quad,\quad,\quad)$.

- Ako je $\vec{a}=(-1,1,1)$ i $\vec{b}=(1,-1,1)$, tada je:
1) $|\vec{a}|=\sqrt{3}$ 2) $|\vec{b}|=\sqrt{3}$ 3) $\vec{a}\vec{b}=-1$ 4) $\vec{a}\times\vec{b}=(2,2,0)$ 5) $\measuredangle(\vec{a}\vec{b})=\arccos-\frac{1}{3}$

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, trojka vektora (a,b,c) je: 1) uvek nezavisna 2) uvek zavisna 3) nekad nezavisna a nekad zavisna 4) generatorna 5) nikad baza

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a,b,\vec{0})$ je: 1) uvek nezavisna 2) uvek zavisna 3) nekad nezavisna a nekad zavisna 4) generatorna 5) nikad baza

- Koji od sledećih iskaza implicira linearnu nezavisnost slobodnih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$:
1) $\vec{a}\parallel\vec{b}$ 2) $\vec{a}\nparallel\vec{b}$ 3) $\vec{a}\perp\vec{b}$ 4) $\vec{a}\not\perp\vec{b}$ 5) $\vec{a}=\vec{0}\ \vee\ \vec{b}=\vec{0}$ 6) ništa od predhodno navedenog

- Koje su od sledećih uređenih n-torki generatorne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: 1) $\big((1,0,0),(0,1,0)\big)$
2) $\big((1,2,3),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$ 3) $\big((1,0,0)\big)$ 4) $\big((1,2,3),(4,5,6),(7,8,9),(-3,5,-9)\big)$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix}2&0&0&4\\2&3&1&2\\1&0&0&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&3&2\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&1\\1&-1\\-1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&1&1\\3&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\\2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2&2\\0&2&0\\2&0&4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&-1\\0&0&0\\-1&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3&3\\3&3\end{bmatrix}$$
2 1 1 2 1 2 1 1 1

- $\begin{bmatrix}-1&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0&-1&2\\1&0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&1&-1\end{bmatrix}$ $\qquad\begin{vmatrix}1&2&1\\0&1&1\\0&0&2\end{vmatrix}=2$

$\begin{vmatrix}1&1&1\\1&1&0\\1&0&1\end{vmatrix}=1-1-1=-1$ $\qquad\begin{bmatrix}-2&1\\-3&2\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}2&-1\\3&-2\end{bmatrix}\cdot(-1)$

- Matrice linearnih transformacija $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y) = (x,x)$ i $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $g(x,y,z) = (x,x)$ su:

$M_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad M_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

****

- Neka je $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1, x_2, x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori svih uređenih trojki i svih slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ uvek 1) linearna transformacija 2) injektivna 3) sirjektivna 4) bijektivna 5) izomorfizam

- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: 1) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ 2) $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ 3) $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$ 4) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ 5) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$

- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka komplanarih slobodnih vektora. Tada: 1) trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno nezavisna 2) trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno zavisna 3) postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ nezavisna 4) postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ generatorna

- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, par vektora (a, b) je: 1) nekad generatoran, 2) uvek nezavisan, 3) uvek zavisan, 4) nekad nezavisan a nekad zavisan. 5) nikad generatoran, 6) nikad baza.

- Izračunati vektor položaja $\vec{r}_T$ tačke T, projekcije tačke $A(1,1,1)$ na ravan $\alpha : x = 2$.
$\vec{r}_T = (2,1,1)$

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem $\begin{array}{rcrcl} ax & + & y & = & 1 \\ ax & - & by & = & b \end{array}$
(a) kontradiktoran: ______
(b) određen: ______
(c) 1 puta neodređen: ______
(d) 2 puta neodređen: ______

- Skup **svih** rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & & & = & 1 \\ & & y & + & z & = & 1 \end{array}$ je
1) $\{(0, t, 1-t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, 2) $\{(t, 1-t, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, 3) $\{(0, 2-t, t-1) \mid t \in \mathbb{R}\}$, 4) $\{(1,0,1), (0,1,0)\}$,

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u bar jednom vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
1) $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$ 2) $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ 3) $\forall x, y \in V,\ x + y = y + x$
4) $(\forall x \in V)(\forall \alpha, \beta \in F)\ (\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ 5) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
6) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ 7) $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? 1) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

- Koje od tvrđenja je tačno ako je kvadratna matrica B dobijena od matrice A elementarnim transformacijama. 1) $\det(A) = \det(B)$ 2) $\det(A) \neq 0 \wedge \det(B) \neq 0$ 3) $\mathrm{rang}(A) = \mathrm{rang}(B)$
4) $A \cdot B = I$ 5) $A = \alpha B$ za neki skalar α 6) matrice A i B imaju iste karakteristične korene
7) $\exists A^{-1} \Leftrightarrow \exists B^{-1}$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda $n > 1$ važi:
1) $A^2(B^2C^3) = (A^2B^2)C^3$ 2) $AB = BA$ 3) $(A^2B^2)^{-1} = B^{-2}A^{-2}$ 4) $\det(A^3B) = (\det(A))^3 \cdot \det(B)$

- Neka je u k-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, n-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ generatorna. Tada je: 1) $k < n$ 2) $k \leq n$ 3) $k = n$ 4) $k > n$ 5) $k \geq n$ 6) ništa od prethodno navedenog

• Neka je $a=(0,0,0)$, $b=(1,0,1)$, $c=(1,0,-1)$, $d=(-1,0,1)$, $e=(1,1,1)$, $f=(1,0,0)$, $g=(2,0,2)$. Odrediti dimenzije sledećih potprostora V vektorskog prostora $\mathbb{R}^3$:

1) $V=L(a) \Rightarrow \dim(V)=$ ______ 2) $V=L(a,b) \Rightarrow \dim(V)=$ ______

3) $V=L(a,b,c) \Rightarrow \dim(V)=$ ______ 4) $V=L(b,c,d) \Rightarrow \dim(V)=$ ______

5) $V=L(b,c,e) \Rightarrow \dim(V)=$ ______ 6) $V=L(e,f,g) \Rightarrow \dim(V)=$ ______

• Izraziti vektor $\vec{x}=(0,0,2)$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}=(1,0,1)$, $\vec{b}=(0,1,1)$ i $\vec{c}=(1,1,0)$: $\vec{x}=$

• Ako za funkciju f iz vektorskog prostora V u samog sebe važi $f(0)=0$, tada funkcija f: 1) sigurno jeste linearna transformacija 2) sigurno nije linearna transformacija 3) može a ne mora biti linearna transformacija

• Ako je $f: V \to W$ bijektivna linearna transformacija, tada: 1) f bijekcija 2) V i W su izomorfni 3) $f(V)$ je potprostor od W 4) $\dim(V) \le \dim(W)$ 5) $\dim(V) \ge \dim(W)$

• Za svaku injektivnu linearnu transformaciju $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ i svako $x,y\in\mathbb{R}$ tačno je:
1) $f(1)=1$ 2) $f(0)=0$ 3) $f(0)=1$ 4) $f(xy)=f(x)f(y)$ 5) $f(xy)=x\,f(y)$
6) $f(-x)=-x$ 7) $f(\lambda v)=f(\lambda)+f(v)$ za svako $\lambda\in\mathbb{R}$, $v\in\mathbb{R}$

• Za koje vrednosti parametara $a,b,c\in\mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:

$f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2,\ f(x,y,z)=(a^3x+y^b, bx^2-z)$ ______

$f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R},\ f(x,y)=ax+bxy+cy^3$ ______

$f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3,\ f(x,y)=(ax+b, x+a, 2^c+y)$ ______

• Za prave $m: \frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{5}$ i $n: \frac{x-4}{-6}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-4}{-1}$ važi: 1) mimoilazne su $(m\cap n=\emptyset \wedge m \nparallel n)$ 2) paralelne su i različite $(m\parallel n \wedge m\neq n)$ 3) poklapaju se $(m=n)$ 4) seku se $(m\cap n=\{M\})$

Kolokvijum 1, 12.07.2011.

• Za relaciju poretka $\rho=\{(1,1),(2,2),(3,3),(1,2),(1,3)\}$ skupa $A=\{1,2,3\}$ navesti
najmanji el: 1 minimalne el: 1 najveći el: – maksimalne el: 2, 3

• Neka su $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ i $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^+$ definisane sa $f(x)=1-x^5$ i $g(x)=e^{-x}$. Izračunati:
1) $f^{-1}(x)=$ $\sqrt[5]{1-x}$ 2) $g^{-1}(x)=$ $-\ln x$ 3) $(f^{-1}\circ g^{-1})(x)=$ $\sqrt[5]{1+\ln x}$
4) $(g\circ f)(x)=$ e^{x^5-1} 5) $(g\circ f)^{-1}(x)=$ $\sqrt[5]{\ln x+1}$

• Neka su f i g funkcije definisane sa $f=\begin{pmatrix} a&b&c&d\\ a&b&d&c\end{pmatrix}$ i $g=\begin{pmatrix} a&b&c&d\\ b&a&c&d\end{pmatrix}$. Tada je $f\circ g=\begin{pmatrix} a&b&c&d\\ b&a&d&c\end{pmatrix}$

$f^{-1}=\begin{pmatrix} a&b&c&d\\ a&b&d&c\end{pmatrix}$ $g^{-1}=\begin{pmatrix} a&b&c&d\\ b&a&c&d\end{pmatrix}$ $(f\circ g)^{-1}=\begin{pmatrix} a&b&c&d\\ b&a&d&c\end{pmatrix}$ $g^{-1}\circ f^{-1}=\begin{pmatrix} a&b&c&d\\ b&a&d&c\end{pmatrix}$

• Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u Bulovoj algebri: 1) $a+1=0'$
2) $ab+a+a=(a+b)(a+1)$ 3) $a'+a=0'$ 4) $a\cdot a'=1'$ 5) $a\cdot 0\cdot 1=1'$ 6) $1\cdot 0'=0'$

• Za kompleksne brojeve $z_1=1-i\sqrt{3}$ i $z_2=1+i$ izračunati
$z_1-z_2=$ $z_1\cdot z_2=$ $\frac{z_1}{z_2}=$ $\arg(\frac{z_1}{z_2})=$ $|z_1-z_2|=$

- Pri delenju polinoma x^3+x^2+x+1 sa $x+1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija:
  1) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=3x-7$ **2)** $f:\mathbb{R}^-\to\mathbb{R}^-,\ f(x)=x^3$
  3) $f:(-\infty,0]\to(-\infty,0],\ f(x)=-x^2$ **4)** $f:[0,\infty)\to[0,\infty),\ f(x)=x^2$
  5) $f:\mathbb{R}^+\to(0,1),\ f(x)=e^{-x}$ **6)** $f:(\frac{\pi}{2},\pi)\to(0,-1),\ f(x)=\cos x$

- Zaokružiti slova (ili slovo) ispred struktura koje su komutativne grupe: **1)** $(\mathbb{Z},\cdot)$ **2)** $(\{1\},\cdot)$ **3)** $(\mathbb{N},\cdot)$ **4)** $(\mathbb{N}\cup\{0\},+)$ **5)** $(\{\vec{0}\},+)$ **6)** $(\{0\},+)$ **7)** $(\{-1,0,1\},\cdot)$

* *

- U grupi $(\{1,3,5,7\},\cdot)$, gde je $\cdot$ množenje pomodulu 8, neutralni je ____, $3^{-1}=$ ____, $5^{-1}=$ ____, $7^{-1}=$ ____

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom komutativnom prstenu $(R,+,\cdot)$:
  1) $a(b+c)=ab+ac$ **2)** $(R,+)$ je grupa **3)** $(R,\cdot)$ je asocijativni grpoid **4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab=0\Leftrightarrow a=0\vee b=0$ **6)** $a\neq 0\wedge b\neq 0\Rightarrow ab=0$ **7)** $a\cdot 0=0$
  8) $a\cdot(-a)=-a^2$

- Funkcija $f:(-\infty,-6]\longrightarrow[2,\infty)$ definisana sa $f(x)=\sqrt{-2-x}$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
  3) nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik

- Neka je $g:(0,1]\to\mathbb{R},\ g(x)=-\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je
  $g^{-1}(x)=$ ________ , $g^{-1}:A\to\mathbb{R}$, $A=$ ________

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\frac{x}{x-1}$. Tada je: $f^{-1}(x)=$

- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definisana sa $f(x)=x^{-3}$. Tada je:
  $f^{-1}(x)=$ ________ , $(f\circ f)(x)=$ ________ , $f(x+1)=$ ________ , $f(\frac{1}{x})=$ ________ .

- Neka je A najveći podskup od $\mathbb{R}$ a B najmanji podskup skupa $\mathbb{R}$ za koje je $f:A\to B$ definisana sa $f(x)=\operatorname{arctg}(x+1)$. Tada je $A=$ ________, $f($____$)=\frac{\pi}{4}$, $f($____$)=-\frac{\pi}{4}$ i $B=$ ________ , a $f:A\to B$ je: **1)** bijektivna **2)** sirjektivna ali ne injektivna **3)** injektivna ali ne sirjektivna
  4) niti injektivna niti sirjektivna

- $f_1=\{(x,x+1)|x\in\mathbb{N}\}$, $f_2=\{(x,x-1)|x\in\mathbb{N}\}$, $f_3=\{(1,1),(2,2),(3,3)\}$, $f_4=\{(x+1,x)|x\in\mathbb{N}\}$.
  Svako polje obavezno popuniti sa da ili ne.

\	f_i je funkcija	$f_i:\mathbb{N}\longrightarrow\mathbb{N}$	$f_i:\mathbb{N}\setminus\{1\}\longrightarrow\mathbb{N}$	$f_i:\ \mathbb{N}\xrightarrow{1-1}\mathbb{N}$	$f_i:\ \mathbb{N}\xrightarrow{na}\mathbb{N}$	$f_i:\mathbb{N}\underset{\text{na}}{\xrightarrow{1-1}}\mathbb{N}$
f_1						
f_2						
f_3						
f_4						

\	$f_i:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$	$f_i:\mathbb{N}\setminus\{1\}\to\mathbb{N}$	$f_i:\mathbb{N}\setminus\{1\}\xrightarrow{1-1}\mathbb{N}$	$f_i:\ \mathbb{N}\setminus\{1\}\xrightarrow{na}\mathbb{N}$	$f_i:\mathbb{N}\setminus\{1\}\underset{\text{na}}{\xrightarrow{1-1}}\mathbb{N}$
f_4					

- Funkcija $f:(-\pi,-\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(0,-1)$ definisana sa $f(x)=\sin x$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna
  4) bijektivna

- Funkcija $f:[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})\longrightarrow(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}]$ definisana sa $f(x)=\cos x$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna
  4) bijektivna

- Funkcija $f:(-\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{6})\setminus\{-\frac{\pi}{2}\}\longrightarrow\mathbb{R}$ definisana sa $f(x)=\mathrm{tg}\,x$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna **2)** injektivna i nije sirjektivna **3)** nije injektivna i nije sirjektivna
  4) bijektivna

- Ispitati da li je relacija deli relacija poretka u skupu $A=\{2,3,4,6,9,12,18,36\}$. DA NE, i ako jeste, odrediti
  minimalne elemente:
  maksimalne elemente:
  najveći element:
  najmanji element:

Haseov dijagram:

- Koje od navedenih struktura su polja: **1)** $(\mathbb{R},\cdot,+)$ **2)** $\Big(\{f_k:\mathbb{R}\to\mathbb{R}|f_k(x)=kx,k\in\mathbb{R}\},+,\circ\Big)$
  3) $(\mathbb{R}\setminus\{0\},\cdot,+)$ **4)** $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ **5)** $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ **6)** $(\mathbb{C},\cdot,+)$ **7)** $(\mathbb{C},+,\cdot)$

- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A,B,C,D,E i kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
  $f(z)=z\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ je ______
  $g(z)=-\overline{z}$ je ______
  $A=\{3-e^{-i\psi}\ |\ \psi\in\mathbb{R}\}$ je ______
  $B=\{z|(z-1)\overline{z-1}=4\}$ je ______
  $C=\{z|z=\overline{-z}\}$ je ______
  $D=\{z|\arg(-z)=-\arg\overline{z}\}$ je ______
  $E=\{3+e^{i\psi}\ |\ \psi\in\mathbb{R}\}$ je ______
  Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza: **a)** $A\subset E$ **b)** $C\subseteq D$ **c)** $D\subseteq C$ **d)** $B\subseteq D$ **e)** $A\supseteq E$

- Neka su $z_1=2+2i$, $z_2=4+3i$ i $z_3=5+i$. Izraziti u zavisnosti od z_1, z_2 i z_3 ugao $\sphericalangle z_1z_3z_2=$ i zatim ga efektivno izračunati $\sphericalangle z_1z_3z_2=$ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Napisati bar jedan polinom nad poljem realnih brojeva $\mathbb{R}$ koji je nesvodljivnad poljem $\mathbb{R}$ i koji je stepena:
  a) 2 b) 0

- Ako je p nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{C}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Odrediti sve vrednosti parametara $a,b\in\mathbb{R}$ za koje je polinom $p(x)=ax+b$ svodljiv nad poljem $\mathbb{R}$:

- Neka je $\{3\}$ skup svih korena polinoma $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, gde su $a,b,c\in\mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a\in\{\quad\}$, skup svih mogućnosti za b je $b\in\{\quad\}$ i skup svih mogućnosti za c je $c\in\{\quad\}$.

- Neka je $A=\{1,2,3\}$ i $B=\{1,2\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f\nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f\underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:
  $\Big|\{f|f:A\longrightarrow B\}\Big|=$ ______, $\Big|\{f|f:A\xrightarrow{1-1}B\}\Big|=$ ______, $\Big|\{f|f:A\to B\land f\nearrow\}\Big|=$ ______,
  $\Big|\{f|f:B\overset{na}{\to}B\}\Big|=$ ______, $\Big|\{f|f:B\to A\}\Big|=$ ______, $\Big|\{f|f:A\to A\land f\nearrow\}\Big|=$ ______,
  $\Big|\{f|f:B\to A\land f\underline{\nearrow}\}\Big|=$ ______, $\Big|\{f|f:A\overset{na}{\to}B\}\Big|=$ ______.

- Ako je $f\in\mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha})=0$ i $\alpha\in\mathbb{R}\setminus\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$, tada: **1)** $x-e^{-i\alpha}\,|\,f(x)$ **2)** $x-e^{i\alpha}\,|\,f(x)$
  3) $x-e^{i|\alpha|}\,|\,f(x)$ **4)** $x^2-2x\cos\alpha+1\,|\,f(x)$ **5)** $x^2-x\cos\alpha+1\,|\,f(x)$ **6)** $x^2+x\cos\alpha+1\,|\,f(x)$
  7) $x^2-x\cos\alpha+\alpha^2\,|\,f(x)$

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\frac{\pi}{2}}) = 0$, tada: **1)** $x - e^{-i\frac{\pi}{2}} \mid f(x)$ **2)** $x - e^{i\frac{\pi}{2}} f(x)$ **3)** $x - 1 \mid f(x)$ **4)** $x^2 + 1 \mid f(x)$ **5)** $x^2 - 2x + 1 \mid f(x)$ **6)** $x^2 - 1 \mid f(x)$ **7)** $x + i \mid f(x)$

Kolokvijum 2, 12.07.2011.

- Za koje $\alpha \in \mathbb{R}$ su $\vec{a} = (1, \alpha, -\alpha)$ i $\vec{b} = (1, \alpha, \alpha)$: **1)** kolinearni ________ **2)** ortogonalni ________
- Neka je α ravan čija je jednačina $z = 3$. Napisati jedan vektor normale ravni α: $\vec{n}_\alpha = (\ \ ,\ \ ,\ \ )$, i koordinate jedne tačke ravni α: $(\ \ ,\ \ ,\ \ )$.
- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Koje su od sledećih uređenih n-torki linearno nezavisne u vektorskom prostoru $\mathbb{R}^3$: **1)** $\big((0,3,0)\big)$ **2)** $\big((0,0,3),(0,0,0)\big)$ **3)** $\big((1,2,3),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$ **4)** $\big((0,0,0)\big)$ **5)** $\big((1,1,1),(2,2,0),(3,0,0)\big)$ **6)** $\big((1,0,0),(0,1,0)\big)$ **7)** $\big((1,0,0),(2,0,0),(3,0,0)\big)$
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x + y + z = a \ \wedge\ ax + ay + az = a$ nad poljem realnih brojeva:
  1) neodređen: ________ **2)** određen: ________ **3)** kontradiktoran: ________
- $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} =$ ________ $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} =$ ________ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} =$ ________
- Matrica linearne transformacije $f(x, y) = (2y, x - y, 3x + y)$ je:
- Ako je $\vec{a} = (-1, 1, 1)$ $\vec{b} = (1, -1, 1)$, tada je:
  1) $|\vec{a}| =$ ____ **2)** $|\vec{b}| =$ ____ **3)** $\vec{a}\vec{b} =$ ____ **4)** $\vec{a} \times \vec{b} =$ ____ **5)** $\sphericalangle(\vec{a}\vec{b}) =$ ____
- U vektorskom prostoru svih slobodnih vektora, trojka vektora (a, b, c) je: **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.
- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a, b, \vec{0})$ je: **1)** uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna, **4)** generatorna, **5)** nikad baza.

* *

- Neka je ψ $\mathbb{R}^3 \to V$ definisana sa $\psi(x_1, x_2, x_3) = x_1\vec{i} + x_2\vec{j}$, gde su $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori svih uređenih trojki i svih slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi : \mathbb{R}^3 \to V$ uvek **1)** linearna transformacija **2)** injektivna **3)** sirjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam
- Neka su $\vec{x}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je:
  1) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}$ **2)** $(\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k}) \in \mathbb{R}^3$ **3)** $(\vec{x}\vec{i})^2 + (\vec{x}\vec{j})^2 + (\vec{x}\vec{k})^2 = \vec{x}\vec{x}$
  4) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} \in \mathbb{R}^3$ **5)** $(\vec{x}\vec{i})\vec{i} + (\vec{x}\vec{j})\vec{j} + (\vec{x}\vec{k})\vec{k} = \vec{x}\vec{x}$
- Neka je $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ uređena trojka komplanarih slobodnih vektora. Tada: **1)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno nezavisna **2)** trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ je uvek linearno zavisna **3)** postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ nezavisna **4)** postoje takvi vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ da je trojka $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ generatorna

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, par kolinearnih vektora (a, b) je:
  1) uvek nezavisan, 2) uvek zavisan, 3) nekad nezavisan a nekad zavisan.

- Odrediti vrednosti parametara $a, b \in \mathbb{R}$ za koje je sistem
$$\begin{array}{rcrcl} x & + & by & = & 2 \\ ax & - & ay & = & b \end{array}$$
  (a) kontradiktoran: ______
  (b) određen: ______
  (c) 1 puta neodređen: ______
  (d) 2 puta neodređen: ______

- Izračunati koordinate vektora položaja projekcije A' tačke $A(3, 5, 2)$ na pravu p određenu sa $x = 1 \wedge y = 1$: $\vec{r}_{A'} =$ ______

- Diskutovati po a. Vektorski podprostor prostora $\mathbb{R}^3$ generisan vektorima $(1, 0, a)$, $(0, a, 0)$ i $(a, 0, 1)$ je dimenzije:
  0 za $a \in$ ______, 1 za $a \in$ ______, 2 za $a \in$ ______, 3 za $a \in$ ______

- Zaokružiti one skupove $V \subseteq \mathbb{R}^3$ za koje važi $(1, 0, 2) \in V$: 1) $V = Lin\Big(\{(2, 0, 4)\}\Big)$
  2) $V = Lin\Big(\{(-8, 10, 4), (4, -5, -2)\}\Big)$ 3) $V = Lin\Big(\{(-8, 10, 4), (4, -5, -2), (0, 0, 0)\}\Big)$
  4) $V = Lin\Big(\{(0, -1, 1), (1, 1, 1)\}\Big)$ 5) $V = Lin\Big(\{(0, 0, 0)\}\Big)$ 6) $V = Lin\Big(\{(2, 0, 3), (4, 0, 5)\}\Big)$
  7) $V = Lin\Big(\{(1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3)\}\Big)$

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m} = a\vec{b} - b\vec{a}$ i $\vec{n} = \frac{\vec{a}}{a} + \frac{\vec{b}}{b}$: 1) 0 2) $\frac{\pi}{6}$ 3) $\frac{\pi}{4}$ 4) $\frac{\pi}{3}$ 5) $\frac{\pi}{2}$ 6) π

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$? 1) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Neka je $p = (1, 0, 1)$, $q = (0, 2, 2)$, $r = (0, 0, 3)$, $s = (0, 4, 0)$. Sledeće n-torke vektora su generatorne u prostoru $\mathbb{R}^3$: 1) (p, q, r) 2) (q, r, s) 3) (p, q, r, s) 4) (p, q) 5) (p, r)

- Koje od tvrđenja je tačno ako je A kvadratna matrica reda n: 1) $Rang(A) = 0 \Rightarrow det(A) = 0$
  2) $det(A) = 0 \Leftrightarrow Rang(A) \leq n - 1$ 3) $Rang(A) = n \Rightarrow det(A) \neq 0$ 4) $Rang(A) = n \Rightarrow det(A) = 0$.

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda n važi (sa $\mathbb{O}$ je označena nula-matrica reda n):
  1) $A + (B + C) = (A + B) + C$ 2) $(AB)^{-1} \Leftrightarrow (AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ 3) $\text{rang}(AB) = \text{rang}(A)\text{rang}(B)$
  4) $\text{rang}(A + B) = \text{rang}(A) + \text{rang}(B)$ 5) $AB = \mathbb{O} \Rightarrow (A = \mathbb{O} \vee B = \mathbb{O})$

- Ako je $f : V \to W$ linearna transformacija, tada: 1) f bijekcija 2) V i W su izomorfni
  3) $f(V)$ je potprostor od W 4) $dim(V) \leq dim(W)$ 5) $dim(V) \geq dim(W)$

- Koji od navedenih iskaza su tačni u vektorskom prostoru $(V, F, +, \cdot)$:
  1) $(\forall x, y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ 2) $(\forall x, y, z \in V)\ (x + y) + z = x + (y + z)$
  3) $(\forall x \in V)\ x + x = x$ 4) $(\forall x, y, z \in V)\ (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$ 5) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F \setminus \{0\})$ vektori x i $\alpha \cdot x$ su linearno nezavisni 6) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F \setminus \{0\})$ vektori x i $\alpha \cdot x$ su linearno zavisni
  7) $(\forall x \in V)$ je uređena 4-orka $(\{\alpha x \mid \alpha \in F\}, F, +, \cdot)$ podprostor prostora $(V, F, +, \cdot)$

- Neka je u proizvoljnom $(n + 1)$-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, n-torka vektora $(a_1, \ldots, a_n)$ nezavisna. Tada je ta n-torka za taj prostor V:
  a) uvek generatorna b) nikad generatorna c) ništa od prethodno navedenog

- Za koje vrednosti parametara $a, b, \ldots \in \mathbb{R}$ su navedene funkcije linearne transformacije, i za one koje jesu, naći odgovarajuću matricu i diskutovati njen rang:
  $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y, z) = (ax + y^b, (b + 1)x - y)$ ______
  $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = ax + bxy + cy$ ______

- Skup **svih** rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcl} x - y & = & 1 \\ y \quad z & = & 1 \end{array}$ je
  1) $\{(0,t,1-t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, 2) $\{(t+2,t+1,t) \mid t \in \mathbb{R}\}$, 3) $\{(0,2-t,t-1) \mid t \in \mathbb{R}\}$,
  4) $\{(1,0,-1),(0,-1,-2)\}$, 5) $\{(t,t-1,t-2) \mid t \in \mathbb{R}\}$

- Koja od navedenih tvrđenja su tačna u bar jednom vektorskom prostoru $(V,F,+,\cdot)$:
  1) $(\forall x,y \in V)(\forall \alpha \in F)\ \alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$ 2) $(\forall x \in V)\ 1 \cdot x = x$ 3) $\forall x,y \in V,\ x+y = y+x$
  4) $(\forall x \in V)(\forall \alpha,\beta \in F)\ (\alpha+\beta)x = \alpha x + \beta x$ 5) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)(\exists y \in V)\ \alpha y = x$
  6) $(\forall x \in V)(\forall \alpha \in F)\ (-\alpha)x = -(\alpha x)$ 7) $(\forall x \in V)\ 0 \cdot x = 0$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda $n > 1$ važi:
  1) $A^2(B^2C^3) = (A^2B^2)C^3$ 2) $AB = BA$ 3) $(A^2B^2)^{-1} = B^{-2}A^{-2}$ 4) $det(A^3B) = (det(A))^3 \cdot det(B)$

- Neka je u k-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, n-torka vektora $(a_1,\ldots,a_n)$ zavisna. Tada je:
  1) $k < n$ 2) $k \leq n$ 3) $k = n$ 4) $k > n$ 5) $k \geq n$ 6) ništa od prethodno navedenog

---

Kolokvijum 1, 02.09.2011.

- Iza oznake svake od datih relacija u skupu $\mathbb{R}$ zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost.
  $>$: R S A T $\rho = \{(-1,-1),(0,0),(1,1)\}$: R S A T $\rho = R^2$: R S A T

- Neka su $f : (0,\infty) \to (0,\infty)$ i $g : (0,\infty) \to (0,\infty)$ definisane sa $f(x) = \frac{1}{2x}$ i $g(x) = 2x + 1$. Izračunati:
  1) $f^{-1}(x) =$ 2) $g^{-1}(x) =$ 3) $(f \circ g)(x) =$
  4) $(f \circ g)^{-1}(x) =$ 5) $(g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$

- Zaokružiti brojeve ispred bijektivnih funkcija: 1) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \ln x$
  2) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -x^2$ 3) $f : \mathbb{R} \to (-\infty,0],\ f(x) = -x^2$
  4) $f : (-\infty,0] \to (-\infty,0],\ f(x) = -x^2$ 5) $f : [-\frac{\pi}{4},0] \to [-1,0],\ f(x) = \operatorname{tg} x$
  6) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -\sqrt[3]{x}$

- Zaokružiti brojeve ispred tvrđenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B,+,\cdot,',0,1)$:
  1) $(a')' = a'$ 2) $a + a' = 0$ 3) $a \cdot 0 = 0$ 4) $1 + a = a$ 5) $(a+b)' = a' + b'$

- Skup kompleksnih rešenja jednačine $x^2 = -1$ je $S = \{$ $\}$.

- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = \sqrt{3} - i$:
  $Re(z) =$ $Im(z) =$ $|z| =$ $\arg(z) =$ $\overline{z} =$

- Sledeće kompleksne brojeve napisati u eksponencijalnom (ili trigonometrijskom) obliku:
  $5i =$ $3 =$ $-4 =$ $-i =$ $1+i =$ $-1-i =$

- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su komutativne grupe.
  1) $(\mathbb{N} \cup \{0\}, +)$ 2) $(\{1\}, \cdot)$ 3) $(\mathbb{R}, +)$ 4) $(\mathbb{R}, \cdot)$ 5) $(\{-1,1\}, \cdot)$ 6) $((0,\infty), \cdot)$

- Neka su P i Q redom polinomi drugog i trećeg stepena. Tada je $dg(P+Q) =$ ____ i $dg(PQ) =$ ____

- Pri delenju polinoma $x^4 - 1$ sa $x - 1$ nad $\mathbb{R}$, količnik je ______________, a ostatak je ______________.

* *

- Ako je $P(x) = ax^2 + bx + c$ polinom nad poljem realnih brojeva i ako je $c \neq 0$, tada za stepen $dg(P)$ polinoma P važi: 1) $dg(P) = 2$ 2) $dg(P) \in \{1,2\}$ 3) $dg(P) \in \{0,1,2\}$

- U grupi $(\{1,2,4,5,7,8\},\cdot)$, gde je $\cdot$ množenje pomodulu 9, neutralni elemenat je ___, a inverzni elementi su $1^{-1} =$ ___, $2^{-1} =$ ___, $4^{-1} =$ ___, $5^{-1} =$ ___, $7^{-1} =$ ___, $8^{-1} =$ ___
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred tvrđenja koja su tačna u svakom komutativnom prstenu $(R,+,\cdot)$: **1)** $a(b+c) = ab+ac$ **2)** $(R,+)$ je grupa **3)** $(R,\cdot)$ je asocijativni grupoid **4)** operacija $\cdot$ je distributivna prema $+$ **5)** $ab=0 \Leftrightarrow a=0 \vee b=0$ **6)** $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \Rightarrow ab=0$ **7)** $a\cdot 0 = 0$ **8)** $a\cdot(-a) = -a^2$
- Funkcija $f:(-\infty,-2] \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = -\sqrt{-2-x}$ je:
  1) sirjektivna i nije injektivna. **2)** injektivna i nije sirjektivna.
  3) nije injektivna i nije sirjektivna. **4)** bijektivna. **5)** Nacrtaj grafik
- Neka je $g:(-1,0] \to \mathbb{R}$, $g(x) = -\sqrt{1-x^2}$, inverzna funkcija je $g^{-1}(x) =$ ___
  $g^{-1}: A \to \mathbb{R}$, $A =$ ___
- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}\setminus\{1\} \to \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \frac{x}{x+1}$. Tada je: $f^{-1}(x) =$ $\frac{x}{1-x}$
- Neka je funkcija $f:\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ definisana sa $f(x) = \sqrt{x}$. Tada je:
  $f^{-1}(x) =$ ___, $(f\circ f)(x) =$ ___, $f(x+1) =$ ___, $f(\frac{1}{x}) =$ ___
- Napisati jednu relaciju skupa $A = \{1,2,3\}$ koja je refleksivna, simetrična, antisimetrična i tranzitivna: $\rho = \{$ (1,1), (2,2), (3,3) $\}$ Da li postoji više od jedne takve relacije?
- Broj svih relacija skupa $A = \{1,2\}$ koje **nisu** antisimetrične je: 4
- Broj svih relacija skupa $A = \{1,2\}$ koje su simetrične je: 8
- Neka je $A = \{1,2,3,4,5\}$, $\rho = \{(x,x)|x\in A\} \cup \{(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4),(2,5),(3,4),(3,5)\}$, $B = \{a,b,c,d\}$ i $\theta = \{(x,x)|x\in B\} \cup \{(a,c),(a,d),(c,d),(b,c),(b,d)\}$. Nacrtati Haseove dijagrame i popuniti tabelu, odnosno staviti / tamo gde traženo ne postoji.

  (A,ρ): (B,θ):

	(A,ρ)	(B,θ)
minimalni		
maksimalni		
najveći		
najmanji		

- Ako je $f:A\to B$ sirjektivna funkcija i $b\in B$, tada broj rešenja po $x\in A$ jednačine $f(x)=b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞
- Ako je $f:A\to B$ injektivna funkcija i $b\in B$, tada broj rešenja po $x\in A$ jednačine $f(x)=b$ može biti (zaokruži) 0 1 2 3 ∞
- Naći najveći podskup A skupa $\mathbb{R}$ i najmanji podskup B skupa $\mathbb{R}$ tako da je izrazom $f(x) = \ln(x^2-4)$ dobro definisana funkcija $f:A\to B$. Tada je $A =$ ___ i $B =$ ___. Funkcija $f:A\to B$ je: **1)** bijektivna **2)** ni sirjektivna ni injektivna **3)** sirjektivna ali nije injektivna **4)** injektivna i nije sirjektivna
- Navesti geometrijsku interpretaciju skupova A,B,C,D,E i kompleksnih funkcija $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ i $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$, kao i odgovoriti na pitanje injektivnosti i sirjektivnosti funkcija f i g.
  $f(z) = z\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ je ___
  $g(z) = -i\bar{z}$ je ___
  $A = \{e^{i\psi} \mid e^{i\psi} = 1 \wedge \psi\in\mathbb{R}\}$ je ___
  $B = \{z \mid z = |z|\}$ je ___

$C = \{z | z = \overline{-iz}\}$ je ______

$D = \{z | \, 0 \leq \arg z \leq \pi \, \wedge \, |z| \leq 1\}$ je ______

$E = \{1 + e^{i\psi} \mid \psi \in \mathbb{R}\}$ je ______

Zaokružiti slova ispred tačnih iskaza:

1) $A \subset B$ 2) $A = B$ 3) $A \subseteq D$ 4) $B \subseteq D$ 5) $B \cap E = C$

- Neka su $z_1 = 1 + 4i$, $z_2 = 4 + 3i$ i $z_3 = 6 + 4i$. Izraziti u zavisnosti od z_1, z_2 i z_3 ugao $\measuredangle z_1 z_3 z_2 =$ ______ i zatim ga efektivno izračunati $\measuredangle z_1 z_3 z_2 =$ ______ Da li je ovaj ugao pozitivno orijentisan? DA NE

- Napisati bar jedan polinom nad poljem racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$ koji je nesvodljivnad poljem $\mathbb{Q}$ i koji je stepena:
  a) 1 b) 2 c) 3

- Ako je p nesvodljiv polinom nad poljem $\mathbb{R}$, tada skup svih mogućih vrednosti za $dg(p)$ je

- Odrediti $a, b, c \in \mathbb{R}$ za koje je polinom $p(x) = ax^2 + bx + c$ svodljiv nad poljem $\mathbb{C}$: ______

- Neka je $\{-1\}$ skup svih korena polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, gde su $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tada skup svih mogućnosti za a je $a \in \{$ $\}$, skup svih mogućnosti za b je $b \in \{$ $\}$ i skup svih mogućnosti za c je $c \in \{$ $\}$.

- Neka je $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{1\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \underline{\nearrow}$ označava neopadajuću funkciju f:

  $\left|\{f | f : A \longrightarrow B\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \overset{1-1}{\longrightarrow} B\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \to B \wedge f \nearrow\}\right| =$ ___,

  $\left|\{f | f : B \overset{na}{\to} B\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : B \to A\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \to A \wedge f \nearrow\}\right| =$ ___,

  $\left|\{f | f : B \to A \wedge f \underline{\nearrow}\}\right| =$ ___, $\left|\{f | f : A \overset{na}{\to} B\}\right| =$ ___.

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\alpha}) = 0$ i $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$, tada: 1) $x - e^{-i\alpha} \mid f(x)$ 2) $x - e^{i\alpha} \mid f(x)$ 3) $x - e^{i|\alpha|} \mid f(x)$ 4) $x^2 - 2x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ 5) $x^2 - x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ 6) $x^2 + x\cos\alpha + 1 \mid f(x)$ 7) $x^2 - x\cos\alpha + \alpha^2 \mid f(x)$

- Ako je $f \in \mathbb{R}[x]$, $f(e^{-i\frac{\pi}{4}}) = 0$, tada: 1) $x - e^{-i\frac{\pi}{4}} \mid f(x)$ 2) $x - \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i) \mid f(x)$ 3) $x - 1 \mid f(x)$ 4) $x^2 + 1 \mid f(x)$ 5) $x^2 - x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$ 6) $x^2 + x\sqrt{2} + 1 \mid f(x)$ 7) $x + i \mid f(x)$

Kolokvijum 2, 02.09.2011.

- Za koje $\alpha \in \mathbb{R}$ su $\vec{a} = (4, 2\alpha, \alpha)$ i $\vec{b} = (1, \alpha, -3\alpha)$:
  1) kolinearni $\alpha = 0$ 2) ortogonalni $\alpha \in \{2, -2\}$

- Neka je p prava čija je jednačina $p: \ x = 3 \wedge y = 3$. Napisati jedinični vektor normale prave p: $\vec{p} =$ (1 , 1 , 0) i koordinate tačke A prave p koja je najbliža koordinatnom početku $O(0,0,0)$: $A($ 3 , 3 , 0 $)$.

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3 2 2 2 1 2 1 0

dim=3 AKO CY 3 НЕЗАВИСНА ОНДА CY И

- Zaokružiti cifru (cifre) ispred uređenih n-torki koje su GENERATORNE u vektorkom prostoru trojki $(\mathbb{R}^3,+,\cdot)$: 1) $\big((0,1,0)\big)$ 2) $\big((1,2,0),(1,1,0),(2,-1,1)\big)$ 3) $\big((1,0,0),(2,0,2)\big)$ 4) $\big((1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\big)$ 5) $\big((1,1,1),(2,2,2)\big)$ 6) $\big((0,0,2),(0,0,0),(3,0,0)\big)$ 7) $\big((0,1,0),(0,2,0)\big)$ 8) $\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(1,2,3)\big)$

- Za koje vrednosti parametra $a\in\mathbb{R}$ je sistem linernih jednačina $x+y=a \wedge x+ay=1$ nad poljem realnih brojeva: 1) neodređen: $a=1$ 2) određen: $a\neq 1$ 3) kontradiktoran: /

- $\begin{bmatrix}3&-1\\1&-2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}4\\-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}13\\6\end{bmatrix}$ $\begin{vmatrix}3&-1\\7&-2\end{vmatrix}=1$ $\begin{bmatrix}3&-1\\7&-2\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}-2&1\\-7&3\end{bmatrix}$

- Napisati matricu linearne transformacije $f(x,y,z)=(x,y)$ i odrediti njen rang :

$M_f=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\end{bmatrix}$ $r=2$

- Ako je $\vec{a}=(2,-1,-2)$ i $\vec{b}=(-1,3,-2)$, tada je $\vec{a}\vec{b}=$ -1, $\vec{a}\times\vec{b}=$ $(8,6,5)$, i $|\vec{a}|=$ 3.

- Nekaje $ABCD$paralelogram. Izraziti vektor položaja $\vec{r}_A$ uzavisnosti od $\vec{r}_B$, $\vec{r}_C$ i $\vec{r}_D$. $\vec{r}_A=$ $\vec{r}_B+\vec{r}_D-\vec{r}_C$

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, $(a,b,\vec{0})$ je: 1) uvek nezavisna, 2) uvek zavisna, 3) nekad nezavisna a nekad zavisna, 4) generatorna, 5) nikad baza.

****

- Neka je $\psi:\mathbb{R}^3\to V$ definisana sa $\psi(x_1,x_2,x_3)=x_1\vec{i}+x_2\vec{j}+x_2\vec{k}$ gde su $(\mathbb{R}^3,\mathbb{R},+,\cdot)$ i $(V,\mathbb{R},+,\cdot)$ vektorski prostori svih uređenih trojki i svih slobodnih vektora. Da li je funkcija $\psi:\mathbb{R}^3\to V$ uvek 1) linearna transformacija 2) injektivna 3) sirjektivna 4) bijektivna 5) izomorfizam

- Neka su $\vec{x},\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ slobodni vektori i $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ jedinični međusobno normalni. Tada je: 1) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}$ 2) $(\vec{x}\vec{i},\vec{x}\vec{j},\vec{x}\vec{k})\in\mathbb{R}^3$ 3) $(\vec{x}\vec{i})^2+(\vec{x}\vec{j})^2+(\vec{x}\vec{k})^2=\vec{x}\vec{x}$ 4) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}\in\mathbb{R}^3$ 5) $(\vec{x}\vec{i})\vec{i}+(\vec{x}\vec{j})\vec{j}+(\vec{x}\vec{k})\vec{k}=\vec{x}\vec{x}$

- Naći tačku T prodora prave $p:\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+1}{2}$ kroz ravan $\alpha: x-y+z=1$. $T(1,1,1)$.

$x=y=z$

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora uređena četvorka vektora $(\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d})$ je: 1) uvek nezavisna, 2) uvek zavisna, 3) nekad nezavisna a nekad zavisna.

- U vektorskom prostoru $\mathbb{R}^2$ uređena trojka vektora je: 1) uvek nezavisna, 2) uvek zavisna, 3) nekad nezavisna a nekad zavisna.

VEKTORSKI PROSTOR $\mathbb{R}^n$, $n<$ n-TORKE UREĐENE → UVEK ZAVISNA

- U vektorskom prostoru $(\mathbb{R}^3,+,\cdot)$, generatorna trojka (a,b,c) je: 1) uvek baza, 2) uvek linearno nezavisna, 3) nikad linearno nezavisna, 4) nikad baza.

- Odrediti vrednosti parametara $a,b\in\mathbb{R}$ za koje je sistem
$$\begin{aligned} x + ay &= 2\\ ax + ay &= b\end{aligned}$$
(a) kontradiktoran: $(a=0 \wedge b\neq 0)\vee(a=1\wedge b\ldots$
(b) određen: $a\neq 0 \wedge a\neq 1$
(c) 1 puta neodređen: $(a=0 \wedge b=0)\vee(a=1\ldots$
(d) 2 puta neodređen: —

- Izračunati koordinate vektora položaja projekcije A' tačke $A(7,4,1)$ na pravu p određenu sa $y=3\wedge z=5$: $\vec{r}_{A'}=$ $(7,3,5)$

- Diskutovati po a. Vektorski podprostor prostora $\mathbb{R}^3$ generisan vektorima $(1,1,a)$, $(0,a,0)$ i $(a,0,1)$ je dimenzije:

0 za $a\in\emptyset$, 1 za $a\in\emptyset$, 2 za $a\in\{-1,1,0\}$, 3 za $a\in\mathbb{R}\setminus\{-1,1,0\}$

$D=\begin{vmatrix}1&1&a\\0&a&0\\a&0&1\end{vmatrix}=a(1-a^2)$ ↗ $a=1,-1 \Rightarrow 0=0 \Rightarrow$

dim = stepen neodređenosti

- Zaokružiti one skupove $V \subseteq \mathbb{R}^3$ za koje važi $(1,1,2) \in V$: 1) $V = Lin\Big(\{(2,2,4)\}\Big)$
2) $V = Lin\Big(\{(-8,-8,-16),(4,4,8)\}\Big)$ 3) $V = Lin\Big(\{(-8,-8,-16),(4,4,8),(0,0,0)\}\Big)$
4) $V = Lin\Big(\{(0,-1,1),(1,1,1)\}\Big)$ 5) $V = Lin\Big(\{(0,0,0)\}\Big)$ 6) $V = Lin\Big(\{(2,0,2),(4,0,2)\}\Big)$
7) $V = Lin\Big(\{(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\}\Big)$

- Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ različiti nekolinearni vektori, tada je neorijentisani, konveksni ugao između vektora $\vec{m} = a\vec{b} - b\vec{a}$ i $\vec{n} = -\frac{\vec{a}}{a} + \frac{\vec{b}}{b}$: 1) 0 2) $\frac{\pi}{6}$ 3) $\frac{\pi}{4}$ 4) $\frac{\pi}{3}$ 5) $\frac{\pi}{2}$ 6) π

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$? 1) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- Neka je $p = (1,0,1)$, $q = (0,2,2)$, $r = (0,0,3)$, $s = (0,4,0)$. Koje n-torke su zavisne u prostoru $\mathbb{R}^3$:
1) (p,q,r) 2) (q,r,s) 3) (p,q,r,s) 4) (p,q) 5) (p,r)
D = 0 → ZAVISNE
D ≠ 0 → NEZAVISNE

- Neka su $\mathbf{a_1} = (a_{11},\dots,a_{n1})$, $\mathbf{a_2} = (a_{12},\dots,a_{n2}),\dots,\mathbf{a_n} = (a_{1n},\dots,a_{nn})$ vektori kolne matrice $A = A_{nn} = [a_{i,j}]_{nn}$ i neka je $V = \text{Lin}(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\dots\mathbf{a_n}) = \{\alpha_1\mathbf{a_1} + \alpha_2\mathbf{a_2} + \dots + \alpha_n\mathbf{a_n} | \alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_n \in \mathbb{R}\}$. Tada:
1) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang}A < n$ 2) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang}A \leq n$ 3) $(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\dots\mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \det A = 0$
4) $\dim V \neq 0 \Leftrightarrow \text{rang}A \geq 1$ 5) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \dim V < n$ 6) $(\mathbf{a_1},\mathbf{a_2},\dots\mathbf{a_n})$ je zavisna $\Leftrightarrow \text{rang}A < n$

- Odrediti rang r matrice A u sledeća 4 slučaja.

$A = \begin{bmatrix} p & r & r & q \\ r & p & q & r \\ r & q & p & r \\ q & r & r & p \end{bmatrix}$ a) $(p,q,r) = (0,0,0)$; b) $(p,q,r) = (1,1,-1)$; c) $(p,q,r) = (1,-1,0)$; d) $(p,q,r) = (1,-3,1)$;
a) r= 0 b) r= 2 c) r= 1 d) r= 4

- Koje od tvrđenja je tačno ako je A kvadratna matrica reda n: 1) $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang}A = 0$
2) $\det A = 0 \Rightarrow \text{rang}A = n$, 3) $\det A = 0 \Leftrightarrow \text{rang}A \leq n-1$, 4) $\text{rang}A = n \Rightarrow \det A \neq 0$.

- Neka je $A \sim B \Leftrightarrow$ kvadratne matrice A i B reda n su ekvivalentne. Zaokruži tačno.
1) $A \sim B \Rightarrow \Big(\det A = 0 \Leftrightarrow \det B = 0\Big)$ 2) $A \sim B \Leftrightarrow |\det A| = |\det B|$
3) $A \sim B \Rightarrow det(A) = \det B$ 4) $\det A = \det B \neq 0 \Rightarrow A \sim B$ 5) $(\det A \neq 0 \wedge \det B \neq 0) \Rightarrow A \sim B$
6) Ako je $\lambda \neq 0$, tada važi da $\det A = \lambda \det B \Rightarrow A \sim B$ 7) $A \sim B \Rightarrow \Big(\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det B \neq 0\Big)$

- Zaokruži tačan odgovor. Za proizvoljne kvadratne matrice A, B, C reda n važi:
1) $A(BC) = (AB)C$ 2) $\det \lambda A = \lambda \det A$ 3) $AB = BA$ 4) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
5) $\det(AB) = \det A + \det B$ 6) $\det(A+B) = \det A + \det B$ 7) $\det(AB) = \det A \det B$

- Neka $A \sim B$ znači da su matrice A i B ekvivalentne. Tada zaokruži tačan odgovor:
1) $A \sim B \Rightarrow \Big(\text{rang}A = 0 \Leftrightarrow \text{rang}B = 0\Big)$ 2) $A \sim B \Rightarrow \det(A) = \det(B)$
3) $A \sim B \Rightarrow |\det(A)| = |\det(B)|$ 4) $A \sim B \Leftrightarrow |\det(A)| = |\det(B)|$
5) $A \sim B \Leftrightarrow \Big(\text{rang}A = 0 \Leftrightarrow \text{rang}B = 0\Big)$ 6) $\det(A) = \det(B) \Rightarrow A \sim B$

- Za proizvoljne kvadratne regularne matrice A, B, C reda n važi (sa $\mathbb{O}$ je označena nula-matrica reda n):
1) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ 2) $\text{rang}(A+B) = \text{rang}(A) + \text{rang}(B)$
3) $\text{rang}(AB) = \text{rang}(A)\text{rang}(B)$ 4) $AB = \mathbb{O} \Rightarrow (A = \mathbb{O} \vee B = \mathbb{O})$ 5) $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$
6) $\det(AB) = \det(A)\det(B)$ 7) $AA^{-1} = A^{-1}A$

- Ako je $f : V \to W$ izomorfizam, tada: 1) f je bijekcija 2) V i W su izomorfni
3) $f(V)$ je potprostor od W 4) $\dim(V) \leq \dim(W)$ 5) $\dim(V) \geq \dim(W)$

ako su izomorfni ⇓ dim su jednake

✗ Skup **svih** rešenja sistema linearnih jednačina $\begin{array}{rcrcrcl} x & - & y & & & = & 1 \\ & & y & - & z & = & 1 \end{array}$ je

1) $\{(0,t,1-t) \mid t\in\mathbb{R}\}$, **2)** $\{(t+2,t+1,t) \mid t\in\mathbb{R}\}$, **3)** $\{(0,2-t,t-1) \mid t\in\mathbb{R}\}$,
4) $\{(1,0,-1),(0,-1,-2)\}$.

✗ Neka je u k-dimenzionalnom vektorskom prostoru V, n-torka vektora $(a_1,\ldots,a_n)$ **nezavisna**. Tada je:
1) $k<n$ **2)** $k\le n$ **3)** $k=n$ **4)** $k>n$ **5)** $k\ge n$ **6)** ništa od prethodno navedenog

! ZAVISNA-↑